الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية	مديرية التربية لغرب الجزائر العاصمة
ثانوية سعيد أيت مسعودان . درارية	العام الدراسي : 2011 / 2012
إختبار الثلاثي الأول	المادة : رياضيات
المستوى : الثالثة ثانوي — الشعبة : علوم تجريبية	المدة : ساعتان

التمرين الاول : (13 ن)

لتكن f دالة للمتغير الحقيقي x حيث $f(x) = |x-2| - \dfrac{2}{x-1}$

(C) التمثيل البياني للمنحنى (C) في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) عين D_f مجموعة تعريف الدالة f ثم أكتب $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة حسب قيم x الحقيقية .

2) أدرس استمرارية ثم قابلية اشتقاق الدالة f عند $x_0 = 2$

-) أعط تفسيرا هندسيا .

3) أدرس تغيرات الدالة f .

4) ليكن Δ و Δ' مستقيمين معادلتاهما على الترتيب $y = x - 2$ ، $y = -x + 2$

بين أن Δ و Δ' مقاربين مائلين للمنحنى (C) عند $+\infty$ و عند $-\infty$ على الترتيب.

أدرس وضعية (C) بالنسبة إلى Δ على المجال $]2, +\infty[$ ثم أدرس وضعية (C) بالنسبة إلى Δ' على المجال $]-\infty, 1[$ ثم أنشئ المنحنى (C)

5) ناقش بيانيا وحسب قيم m الحقيقية ، عدد حلول المعادلة ذات المتغير الحقيقي x

$$f(x) = -x + m$$

التمرين الثاني : (07 ن)

f دالة للمتغير الحقيقي x حيث : $f(x) = x - \dfrac{1}{1+e^x}$

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات a ، b ، c علما أن واحدة فقط منهم صحيحة .

علل إجابتك .

	a	b	c
مجموعة تعريف الدالة f هي	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R} - \{-1\}$	$[0, +\infty[$
$f'(x)$ هو	$\dfrac{2e^x}{(1+e^x)^2}$	$1 + \dfrac{e^x}{(1+e^x)^2}$	$f(x) = 1 - \dfrac{2e^x}{(1+e^x)^2}$
$\lim_{x\to+\infty} f(x)$ هي	0	1	$+\infty$
$\lim_{x\to-\infty} f(x)$ هي	1	$-\infty$	$+\infty$
$f(-x) + f(x)$ يساوي	0	-1	e^x

إنتهى

تصحيح اختبار الثلاثي الأول

التمرين الأول:

$f(x)=|x-2|-\frac{2}{x-1}$

(1 $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x-1\neq 0\}=\{x\in\mathbb{R}/x\neq 1\}$

$D_f=\mathbb{R}-\{1\}$; $D_f=]-\infty,1[\cup]1,+\infty[$ 0,25

ب) كتابة $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة

x	$-\infty$ 1	1 2	2 $+\infty$
$x-2$	$-$	$-$ 0	$+$
$\|x-2\|$	$-(x-2)$	$-(x-2)$	$x-2$

$$\begin{cases} f(x)=-x+2-\frac{2}{x-1} & \text{لما } x\in]-\infty,1[\cup]1,2] \quad 0,5 \\ f(x)=x-2-\frac{2}{x-1} & \text{لما } x\in[2,+\infty[\quad 0,5 \end{cases}$$

2) دراسة استمرارية f عند $x_0=2$

$f(2)=|2-2|-\frac{2}{2-1}$; $f(2)=-2$ 0,25

$\lim\limits_{x\to 2} f(x)=\lim\limits_{x\to 2}|x-2|-\frac{2}{x-1}$

$\lim\limits_{x\to 2}|x-2|=0$, $\lim\limits_{x\to 2}\frac{-2}{x-1}=-2$

ومنه $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=-2$ 0,5

أي $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=f(2)$

وعليه f مستمرة عند $x_0=2$ ،

ب) دراسة قابلية اشتقاق f عند $x_0=2$

$\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\frac{|x-2|-\frac{2}{x-1}+2}{x-2}$

$\lim\limits_{x\to 2}|x-2|-\frac{2}{x-1}+2=0$; $\lim\limits_{x\to 2}x-2=0$

ح ع ت ،

$\lim\limits_{x\overset{<}{\to}2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=\lim\limits_{x\overset{<}{\to}2}\frac{-(x-2)-\frac{2}{x-1}+2}{x-2}$

$=\lim\limits_{x\overset{<}{\to}2}\frac{\frac{-(x-2)(x-1)-2+2(x-1)}{x-1}}{x-2}$

$=\lim\limits_{x\overset{<}{\to}2}\frac{-(x-2)(x-1)-2+2x-2}{(x-1)(x-2)}$

$=\lim\limits_{x\overset{<}{\to}2}\frac{-(x-2)(x-1)+2x-4}{(x-1)(x-2)}$

$=\lim\limits_{x\overset{<}{\to}2}\frac{-(x-2)(x-1)+2(x-2)}{(x-1)(x-2)}$

$=\lim\limits_{x\overset{<}{\to}2}\frac{(x-2)[-(x-1)+2]}{(x-1)(x-2)}$

$=\lim\limits_{x\overset{<}{\to}2}\frac{-x+3}{x-1}$

$\lim\limits_{x\overset{<}{\to}2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=1$ 0,5

$\lim\limits_{x\overset{>}{\to}2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=\lim\limits_{x\overset{>}{\to}2}\frac{x-2-\frac{2}{x-1}+2}{x-2}$

$=\lim\limits_{x\overset{>}{\to}2}\frac{x-\frac{2}{x-1}}{x-2}$

$=\lim\limits_{x\overset{>}{\to}2}\frac{\frac{x(x-1)-2}{x-1}}{x-2}$

$=\lim\limits_{x\overset{>}{\to}2}\frac{x^2-x-2}{(x-1)(x-2)}$

2 جذر لـ x^2-x-2

$2\times x''=-2$; $x''=-1$

$x^2-x-2=(x-2)(x+1)$

$\lim\limits_{x\overset{>}{\to}2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=\lim\limits_{x\overset{>}{\to}2}\frac{(x-2)(x+1)}{(x-2)(x-1)}=\lim\limits_{x\overset{>}{\to}2}\frac{x+1}{x-1}=3$ 0,5

f قابلة للاشتقاق على يسار 2 وقابلة للاشتقاق على يمين 2، لكن العدد المشتق للدالة f على يسار 2 لا يساوي العدد المشتق للدالة f على يمين 2 ومنه f ليست قابلة للاشتقاق عند $x_0=2$

ج) التفسير الهندسي: يوجد نصفي مماسين للمنحنى (C) عند النقطة $A(2,-2)$ ، 0,5

نصف مماس على اليسار معامل توجيهه 1

ونصف مماس على اليمين معامل توجيهه 3 ، A نقطة زاوية

3) دراسة تغيرات الدالة f

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}-x+2-\frac{2}{x-1}$

$\lim\limits_{x\to-\infty}-x+2=\lim\limits_{x\to-\infty}-x=+\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2}{x-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2}{x}=0$

ومنه $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ 0,25

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}x-2-\frac{2}{x-1}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}x-2=\lim\limits_{x\to+\infty}x=+\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2}{x-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2}{x}=0$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ 0,25

$\lim\limits_{x\to 1} f(x)=\lim\limits_{x\to 1}-x+2-\frac{2}{x-1}$

$\lim\limits_{x\to 1}-x+2=1$; $\begin{cases}\lim\limits_{x\to 1}2=2\\ \lim\limits_{x\to 1}x-1=0\end{cases}$

x	$-\infty$ 1	1 $+\infty$
$x-1$	$-$ 0	$+$

$\lim\limits_{x\overset{<}{\to}1}\frac{-2}{x-1}=+\infty$; $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}1}\frac{-2}{x-1}=\infty$

$\lim\limits_{x\overset{<}{\to}1} f(x)=+\infty$ 0,25 ; $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}1} f(x)=-\infty$ 0,25

$$f(1-\sqrt{2}) = |1-\sqrt{2}-2| - \frac{2}{1-\sqrt{2}-1}$$
$$= |-1-\sqrt{2}| - \frac{2}{-\sqrt{2}}$$
$$= 1+\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}^2}{\sqrt{2}}$$
$f(1-\sqrt{2}) = 1+\sqrt{2}+\sqrt{2}$; $f(1-\sqrt{2}) = 1+2\sqrt{2}$

4) $\lim\limits_{x \to 1^{>}} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x \to 1^{<}} f(x) = +\infty$

- يوجد مستقيم مقاربا للمنحنى (C) يوازي حامل محور التراتيب معادلته $x=1$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)-(x-2) = \lim\limits_{x \to +\infty} x-2-\frac{2}{x-1}-(x-2) = \lim\limits_{x \to +\infty} -\frac{2}{x-1} = 0$

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)-(-x+2) = \lim\limits_{x \to -\infty} (-x+2)-\frac{2}{x-1}-(-x+2) = \lim\limits_{x \to -\infty} -\frac{2}{x-1} = 0$

- المستقيم ذو المعادلة $y=-x+2$ مقارب مائل للمنحنى (C) عند $-\infty$ 0,5

- المستقيم ذو المعادلة $y=x-2$ مقارب مائل للمنحنى (C) عند $+\infty$ ، 0,5

- $(\Delta): y = x-2$ ، $(\Delta'): y = -x+2$

$$f(x)-y = -\frac{2}{x-1}$$

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$x-1$	$-$	‖ $+$	$+$	
$f(x)-y$	$+$	‖ $-$	$-$	

0,5

0,5 لما $x \in]-\infty,1[$ (C) يقع فوق (Δ')

لما $x \in]1,2]$ (C) يقع تحت (Δ')

0,25 لما $x \in [2,+\infty[$ (C) يقع تحت (Δ)

*) تقاطع (C) مع حامل محور التراتيب

$x=0$ ، $y=f(0)$ ، $y=4$

$(C) \cap (yy') = \{B(0,4)\}$

*) تقاطع (C) مع حامل محور الفواصل

لما $x \in]-\infty,1[$ ، $f(x) \geq 1+2\sqrt{2}$

فإن $f(x) > 0$. وعليه $f(x) \neq 0$

لما $x \in]1,2]$ $f(x) < 0$ فإن $f(x) \neq 0$

لما $x \in [2,+\infty[$

$f(x)=0$ يكافئ $x-2-\frac{2}{x-1}=0$

$\frac{(x-2)(x-1)-2}{x-1} = 0$ //

$x \neq 1$ و $x^2-x-2x+2-2=0$ //

$x \neq 1$ و $x^2-3x=0$ //

لما $x \in]-\infty,1[\cup]1,2]$

$f'(x) = (-x-2)' - \left(\frac{2}{x-1}\right)'$

$f'(x) = -1 - 2\left(\frac{1}{x-1}\right)'$

$f'(x) = -1 - 2\,\frac{-(x-1)'}{(x-1)^2}$

$f'(x) = -1 + \frac{2}{(x-1)^2}$

$f'(x) = \frac{-(x-1)^2+2}{(x-1)^2}$

$f'(x) = \frac{-(x^2-2x+1)+2}{(x-1)^2}$

$f'(x) = \frac{-x^2+2x-1+2}{(x-1)^2}$

$f'(x) = \frac{-x^2+2x+1}{(x-1)^2}$ 0,75

من أجل كل x من $]-\infty,1[\cup]1,2]$ ، $(x-1)^2 > 0$

اشارة $-x^2+2x+1$

$\Delta = 4-4(-1)$ ، $\Delta = 8$

$x' = \frac{-2-2\sqrt{2}}{-2}$; $x' = \frac{-2(1+\sqrt{2})}{-2}$; $x' = 1+\sqrt{2}$

$x'' = \frac{-2+2\sqrt{2}}{-2}$; $x'' = 1-\sqrt{2}$

x	$-\infty$	$1-\sqrt{2}$		1	2
$-x^2+2x+1$	$-$	0	$+$	‖	$+$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	‖	$+$

1

لما $x \in [2,+\infty[$

$f'(x) = (x-2)' - \left(\frac{2}{x-1}\right)'$

$= 1 - \left(\frac{-2}{(x-1)^2}\right)$

$f'(x) = 1 + \frac{2}{(x-1)^2}$ 0,75

من أجل كل x من $[2,+\infty[$

$f'(x) > 0$ 1

جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$	$1-\sqrt{2}$		1		2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	‖	$+$	‖	$+$
$f(x)$	$+\infty \searrow$	$1+2\sqrt{2}$	$\nearrow +\infty$	‖	$-\infty \nearrow$	-2	$\nearrow +\infty$

1

5) $(\Delta_m)\ y = -x + m$

$(m \in \mathbb{R})$

(Δ_m) مستقيمات ميلها يساوي (-1)

نبحث عن عدد نقاط تقاطع (C) مع (Δ_m) 0,25

$(\Delta_m) \cap (yy') = \{K_m(0, m)\}$

لما $m \in]-\infty, 2]$ يوجد حلا "وحيدا" 0,25

لما $m \in]2, +\infty[$ يوجد حلان مختلفان 0,5

التمرين الثاني: 07

$$f(x) = x - \frac{1}{1+e^x}$$

أ) مجموعة التعريف هي $\mathbb{R}$. 0,25

$D_f = \{x \in \mathbb{R} / 1 + e^x \neq 0\}$

من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $e^x > 0$ ومنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $e^x + 1 > 0$، إذن من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $e^x + 1 \neq 0$، إذن $D_f = \mathbb{R}$. 0,75

ب) $f'(x) = 1 + \dfrac{e^x}{(1+e^x)^2}$ 0,25

$$f'(x) = (x)' - \left(\frac{1}{1+e^x}\right)'$$

$$= 1 - \frac{-(1+e^x)'}{(1+e^x)^2}$$

$$f'(x) = 1 + \frac{e^x}{(1+e^x)^2}$$ 1,25

ج) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ 0,25

$\lim_{x\to+\infty} x = +\infty$; $\lim_{x\to+\infty} e^x = +\infty$

ومنه $\lim_{x\to+\infty} 1 + e^x = +\infty$

إذن $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{1}{1+e^x} = 0$ وعليه $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ 1,25

د) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ 0,25

$\lim_{x\to-\infty} x = -\infty$, $\lim_{x\to-\infty} e^x = 0$

$\lim_{x\to-\infty} \dfrac{1}{1+e^x} = 1$, $\lim_{x\to-\infty} 1 + e^x = 1$

ومنه $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ 1,25

ه) $f(-x) + f(x) = -1$ 0,25

$$f(-x) = -x - \frac{1}{1+e^{-x}}$$

$$= -x - \frac{1}{1 + \frac{1}{e^x}}$$

$$= -x - \frac{1}{\frac{e^x+1}{e^x}}$$

$$= -x - \frac{e^x}{e^x+1}$$

$$f(-x) + f(x) = -x - \frac{e^x}{e^x+1} + x - \frac{1}{1+e^x}$$

$$= -\frac{e^x}{e^x+1} - \frac{1}{e^x+1}$$

$$= \frac{-e^x - 1}{e^x+1}$$

$$= \frac{-(e^x+1)}{e^x+1}$$

$$f(-x) + f(x) = -1$$ 1,25

$x(x-3)=0$ و $x \neq 1$

$x=0$ أو $x=3$ و $x\neq 1$

$0 \notin [2,+\infty[$

$(C)\cap(xx')=\{C(3,0)\}$

-) نصف المماس على يسار A، يشمل A وشعاع توجيهه $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$

-) نصف المماس على يمين A، يشمل A وشعاع توجيهه $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$