الإختبار الأول في مادة الرياضيات

الشعبة : علوم تجريبية المدة : 2 سا

التمرين الاول: (5نقاط)

أجب بصحيح أم خطأ مع التبرير.

f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ كما يلي : $f(x)=|x|+\frac{3}{x-1}$، وليكن (C_f) تمثيلها في معلم متعامد و متجانس $(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j})$ و (d) مماس لـ (C_f) عند النقطة التي فاصلتها "2".

1. من أجل $x\in]0\,;\,1[\cup]1\,;\,+\infty[$: $f'(x)=\frac{x^2-2x-2}{(x-1)^2}$.
2. من أجل $x\in[0\,;\,1[\cup]1\,;\,+\infty[$: $f(x)\geq 1+2\sqrt{3}$.
3. معادلة المماس (d) هي : $y=2x$.
4. (C_f) يقبل النقطة $A(0\,;\,-3)$ كنقطة زاوية.
5. $\lim_{x\to-\infty}[f(x)+x]=0$.

التمرين الثاني:(5نقاط)

F دالة معرفة و قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ بحيث:

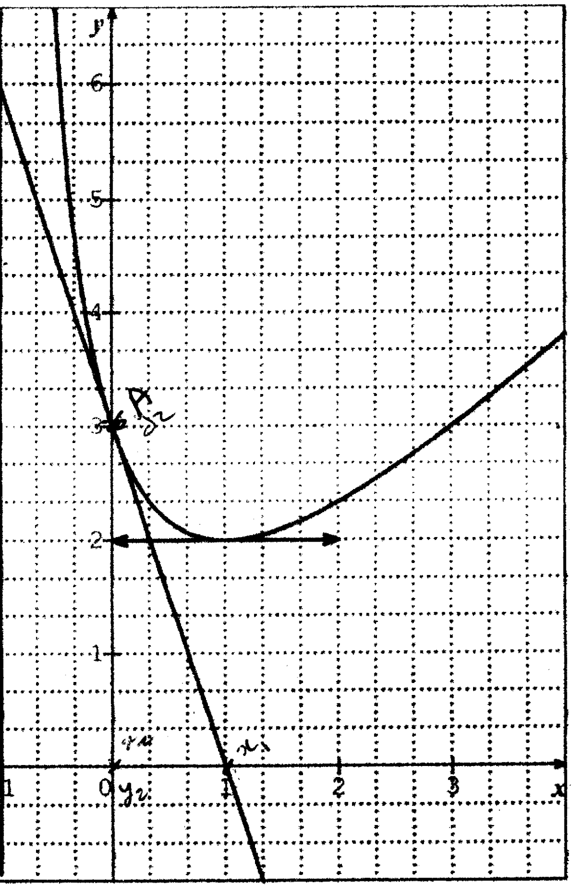
$F(0)=0$ ودالتها المشتقة هي $F'(x)=\frac{1}{x^2+1}$ من أجل $x\in\mathbb{R}$.

نفرض أن هذه الدالة موجودة (لا يطلب إعطاء عبارة $F(x)$) و (C_F) المنحني الممثل للدالة F في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j})$.

لتكن الدالة G المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $G(x)=F(x)+F(-x)$.

1. بين أن الدالة G قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ثم أحسب $G'(x)$ و استنتج عبارة $G(x)$.
2. أحسب $G(0)$.
3. إستنتج أن الدالة F فردية.
4. H دالة معرفة على $]0\,;\,+\infty[$ بما يلي : $H(x)=F(x)+F(\frac{1}{x})$
5. بين أن H قابلة للإشتقاق على $]0\,;\,+\infty[$ ثم أحسب $H'(x)$ مستنتجا أن الدالة H ثابتة
6. بين أنه من أجل $x>0$ لدينا : $H(x)=2F(1)$
7. إستنتج أن : $\lim_{x\to+\infty}F(x)=2F(1)$
8. بإعتبار $F(1)=1$ أرسم (C_f) في المعلم السابق .

<u>التمرين الثالث</u>:(5نقاط)



الرسم المقابل يمثل منحني الدالة g المعرفة و القابلة للإشتقاق على المجال $]-1\ ;\ +\infty[$ في المعلم المتعامد و المتجانس $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$، (T) المماس للمنحني (C_g) عند النقطة $A(0\,;3)$.

1. بإستعمال المنحني (C_g) عين معامل توجيه المماس (T)
2. نضع $g(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$.
   - عين الأعداد الحقيقية a ، b ، c مستعينا بمعطيات المنحني .
   - عين معادلات المستقيمات المقاربة للمنحني (C_g) .
   - أكتب معادلة المماس (T).
3. ناقش بيانيا وحسب قيم المتغير الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x) = -2m$

التمرين الرابع:(5نقاط)

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على $\mathbb{R}$ و $\mathbb{R}^*$ بهذا الترتيب بما يلي:

$$f(x) = \frac{1}{3}(x^2 + x + \frac{1}{x}) \quad \text{و} \quad g(x) = 2x^3 + x^2 - 1$$

1. أدرس تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$.

⊙إستنتج أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0,5 < \alpha < 0,7$.

⊙عين إشارة $g(x)$.

2. أحسب $f'(x)$ من أجل $x \in \mathbb{R}^*$ ثم بين أن لـ $f'(x)$ و $g(x)$ نفس الإشارة.
3. أحسب نهايات الدالة f عند : $+\infty$ ، $-\infty$ و 0 .

⊙أنشئ جدول تغيرات الدالة f .

4. بين ان $f(\alpha) = \frac{\alpha^2+3}{6\alpha}$ ثم إستنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

بالتوفيق