إختبار الفصل الأوّل في مادة الرياضيات

تمرين 1 :(3 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على المجموعة $D=\left]-\infty;-\frac{3}{2}\right[\cup]0;+\infty[$ بـــ : $f(x)=\ln\left(\frac{3x+2}{5x}\right)$.

ولتكن f' دالتها المشتقة . و $\mathscr{C}$ تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم .

بين صحة أو خطأ كل نص من النصوص الرياضية التالية مبررا إختيارك .

أ) من أجل كل عدد x من D لدينا : $f(x)=\ln(3x+2)-\ln x-\ln 5$.

ب) من أجل كل x من D : $f'(x)=\frac{3}{5}\times\frac{5x}{3x+2}$.

ج) لدينا $f(x)=0$ إذا وفقط إذا كان $x=1$.

تمرين2: (4 نقاط)

نريد تعيين الدوال f التي تحقق الشروط التالية:

- f قابلة الإشتقاق على $\mathbb{R}$.
- من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(-x)\times f'(x)=1$.
- $f(0)=-4$.

نفرض وجود دالة f تحقق الشروط السابقة ، نضع من كل عدد حقيقي x ، $g(x)=f(-x)\times f(x)$.

1.احسب $g'(x)$. ثم استنتج أن الدالة g ثابة . ماهي عندئذ عبارة $g(x)$ ؟

2. تأكد أنّ الدالة f حل للمعادلة التفاضلية $y'=\frac{1}{16}y$.استنتج عبارة $f(x)$.

تمرين 3 : (5 نقاط)

نعتبر دالة f معرفة ومستمرة وقابلة الإشتقاق على كلا المجالين $]-\infty;2[$ و $]2;+\infty[$ جدول تغيراتها التالي :

x	$-\infty$		0		2		3		$+\infty$
$f(x)$	4	↘	1	↗	$+\infty$ | $+\infty$	↘	0	↘	-2

وليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس .

1. أ) فسر، بيانيا ، كل نهاية لـــ f .

ب) بين أنّ المعادلة $f(x)=\frac{1}{2}$ تقبل في $\mathbb{R}-\{2\}$ حلا وحيدا .

ج) عين نهاية $f\left(\frac{1}{x}\right)$ عند $+\infty$.

2. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{3\}$ بـــ : $g(x)=\dfrac{1}{f(x)}$ إذا كان $x\neq 2$ و $g(2)=0$

أ) بين أنّ g مستمرة عند العدد 2 .

ب) عين نهايات الدالة g عند كل من $+\infty$، $-\infty$ و 3 .

ج) شكل جدول تغيرات الدالة g .

تمرين 4 : (8 نقاط)

الجزء الأوّل :

نعتبر الدالة g المعرفة في $\mathbb{R}$ بـــ : $g(x)=x^3-3x^2-1$.

1. ادرس تغيرات الدالة g.

2. أ) برهن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α . تأكد أنّ $3,1<\alpha<3,11$.

ب) عين إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .

الجزء الثاني :

نعتبر الدالة f المعرفة في $\mathbb{R}$ كما يلي : $e^{-x}\left(1-x^3\right)$.

1. أ) بين أنّ إشارة $f'(x)$ هي نفس إشارة $g(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x .

ب) بين أنّه من أجل كل عدد حقيقي x ، $x^3e^{-x}=-27\left(-\dfrac{x}{3}e^{-\frac{x}{3}}\right)^3$.

ج) عين نهاية الدالة f عند كل من $+\infty$و $-\infty$.

د) شكل جدول تغيرات f .

2. بين أنّ $f(\alpha)=-3\alpha^2e^{-\alpha}$ ، استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

3. ليكن $\left(C_f\right)$ التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد ومتجانس (وحدة الطول $2cm$) وليكن (Δ) المماس لـــ $\left(C_f\right)$ في النقطة ذات الفاصلة 0 .

أ) أدرس إتجاه تغيرات الدالة h المعرفة في المجال $[0;1]$ بـــ $h(x)=\left(x^2+x+1\right)e^{-x}$.

ب) استنتج أنّ $h(x)\geq 1$ من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0;1]$.

ج) استنتج وضعية $\left(C_f\right)$ بالنسبة لـــ (Δ) في المجال $[0;1]$.

د) تأكد أنّ النقطة A من $\left(C_f\right)$ ذات الفاصلة $\dfrac{3}{2}$ تقع أسفل النقطة B من (Δ) ذات نفس الفاصلة .

4. أنشئ كل من (Δ) و $\left(C_f\right)$.

$$a^3-b^3=(a-b)\left(a^2+ab+b^2\right)$$