12)المماس:

هناك سِتّ صِيَغ- تقريبا- لطرح سؤال المماس، لكنْ تبقى معرفة فاصلة نقطة التّماس x_0 هي المفتاح للإجابة على أيٍّ منها كما سنرى.

1/الصّيغة الأولى(العاديّة) : اكتب معادلة المماس للمنحني C_f عند النقطة ذات الفاصلة x_0.

الإجابة: نكتب الدستور: $y=f'(x_0).(x-x_0)+f(x_0)$ حيث نُعوّض x_0 بقيمتها المعطاة.

2/الصّيغة الثانية: اكتب معادلة المماس للمنحني C_f عند النقطة ذات الترتيب y_0.

الإجابة: نحلّ المعادلة $\boxed{f(x_0)=y_0}$ ، وعند تعيين قيمة x_0 نكون قد عُدنا إلى الحالة الأولى.

3/الصّيغة الثالثة: بيّن أنّه يوجد مماس- أوْ أكثر- للمنحني C_f ميْله (أوْ معامل توجيهه) يساوي a .

الإجابة: نحلّ المعادلة $\boxed{f'(x_0)=a}$ ، وعند تعيين قيمة(أوْ قيَم) x_0 نكون قد عُدنا كذلك إلى الحالة الأولى.

ملاحظة: عدد الحلول يدلّ على عدد المماسات.

4/الصّيغة الرابعة: بيّن أنّه يوجد مماس- أوْ أكثر- للمنحني C_f يوازي المستقيم ذا المعادلة $y=ax+b$.

الإجابة: نحل المعادلة $\boxed{f'(x_0)=a}$ (عُدنا إلى الحالة الثانية).

5/الصّيغة الخامسة:بيّن أنّه يوجد مماس-أوْ أكثر- للمنحني C_f يُعامد المستقيم ذا المعادلة $y=ax+b$.

الإجابة: نحل المعادلة $\boxed{a.f'(x_0)=-1}$.

6/الصّيغة السادسة:بيّن أنّه يوجد مماس-أوْ أكثر- للمنحني C_f يشمل النقطة ذات الإحداثيّيْ (α,β).

الإجابة: نحلّ المعادلة $\boxed{\beta=f'(x_0).(\alpha-x_0)+f(x_0)}$

عند تعيين قيمة (أوْ قِيَم) x_0 نكون قد عُدنا إلى الحالة الأولى.

13)النقطة الزّاويّة:

إذا كان:

$$\lim_{x\xrightarrow{<}x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=l_1 \quad \text{و} \quad \lim_{x\xrightarrow{>}x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=l_2 .$$

حيث l_1 و l_2 عددان حقيقيّان $(l_1\neq l_2)$ ، فالتفسير الهندسي هو أنّ النقطة ذات الفاصلة x_0 : نقطة زاويّة للمنحني C_f.

ملاحظة1: قد تُكتب النهايتان السابقتان على الشكل التالي :

$$\lim_{h\xrightarrow{<}0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=l_1 \quad \text{و} \quad \lim_{h\xrightarrow{>}0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=l_2$$

ملاحظة2: معادلتا **نصفيْ المماسيْن** عند النقطة الزاويّة هما:

$$\begin{cases} y=f_d'(x_0).(x-x_0)+f(x_0) \\ x\geq x_0 \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} y=f_g'(x_0).(x-x_0)+f(x_0) \\ x\leq x_0 \end{cases}$$

عِلما أنّ : $f_g'(x_0)=l_1$ وَ $f_d'(x_0)=l_2$.

تنبيه: تبقى النقطة الزاويّة موجودة حتّى لو كانت إحدى النهايتيْن السابقتيْن عددا حقيقيّا l وَ الأخرى $+\infty$ أو $-\infty$.

14)استنتاج تمثيل بياني من آخر:

بعْد إنشاء C_f ، قد يُطلب منّا أنْ نستنتج منحنياً آخر C_h - مثلا- لدالة h ؛ و يكون الاستنتاج حسب صيغة السؤال كما سيأتي :

1/الصّيغة الأولى: استنتج C_h منحني h حيث: $h(x)=|f(x)|$

الإجابة: 1)على المجالات التي تكون فيها $f(x)\geq 0$ (أي يكون فيها C_f على محور الفواصل أو فوْقه)

نحصل على $h(x)=f(x)$ ، ومنه C_h ينطبق على C_f.

2) على المجالات التي تكون فيها $f(x)\prec 0$ (أي يكون فيها C_f تحت محور الفواصل)

نحصل على $h(x)=-f(x)$ ، ومنه يكون C_h نظير C_f بالنسبة إلى محور الفواصل.

2/الصّيغة الثانية: استنتج C_h منحني h حيث: $h(x)=f(|x|)$

ملاحظة: غالباً ما يُطلب منّا أوّلاً أنْ نثبت أنّ h زوجيّة.

الإجابة:1)إذا كان $x\geq 0$ و $x\in D_f$ (الجزء الموجب من D_f)

نحصل على $h(x)=f(x)$ ، ومنه C_h ينطبق على C_f.

2)نكمل الجزء المتبقي من C_h بالتناظر بالنسبة إلى محور التراتيب لأنّ h زوجيّة.

3/الصّيغة الثالثة: استنتج C_h منحني h حيث: $h(x)=f(-|x|)$

ملاحظة: غالباً ما يُطلب منّا أوّلاً أنْ نثبت أنّ h زوجيّة.

الإجابة:1)إذا كان $x\leq 0$ و $x\in D_f$ (الجزء السالب من D_f)

نحصل على $h(x)=f(x)$ ، ومنه C_h ينطبق على C_f.

2)نكمل الجزء المتبقي من C_h بالتناظر بالنسبة إلى محور التراتيب لأنّ h زوجيّة.

4/الصّيغة الرابعة: استنتج C_h منحني h حيث: $h(x)=-f(x)$

الإجابة: C_h هو نظير C_f بالنسبة إلى محور الفواصل.

5/الصّيغة الخامسة:استنتج C_h منحني h حيث: $h(x)=f(-x)$

الإجابة: C_h هو نظير C_f بالنسبة إلى محور التراتيب.

6/الصّيغة السادسة: استنتج C_h منحني الدالة h التي تحقق : $h(x)=-f(-x)$.

الإجابة: C_h هو نظير C_f بالنسبة إلى مبدأ المعلم.

7/الصّيغة السابعة: استنتج C_h منحني الدالة h التي تحقق : $h(x)=f(x+a)+b$ ؛ حيث a و b عددان حقيقيّان

الإجابة: نستنتج C_h من C_f بالانسحاب ذي الشعاع $\vec{V}\begin{pmatrix}-a\\+b\end{pmatrix}$.

8/الصّيغة الثامنة: استنتج C_h منحني الدالة h التي تحقق : $h(x)=k.f(x)$ ؛ $k\in\mathbb{R}^*$.

الإجابة: نستنتج C_h من C_f بالتآلف $A(x'x,y'y,k)$.

ملاحظة: هذه أبرز الحالات ، وغيرها شبيه بها أو يعود إليها.

(يُتبع...)