ثانويّة عبد العزيز الشّريف الوادي — **دليل مختصر للطّرق المتّبَعة عند الإجابة عن أسئلة الدّوال لأ قسام السنة الثانية والثالثة ثانوي** — **إعداد الأستاذ : م. جبالي السنة الدراسيّة:2011/2010**

في كلّ ما يلي : يرمز D_f إلى مجموعة تعريف دالة f ،أمّا C_f فيرمز إلى منحنيها في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

ملاحظة: إذا كتبنا ∞ فنقصد $+\infty$ أو $-\infty$.

1)المستقيم المقارب العمودي:

إذا كان $\boxed{\lim_{x\to a} f(x)=\infty}$ فإنّ تفسيرها البياني(أو الهندسي) هو: المنحني C_f يقبل مستقيما مقاربا عموديّا معادلته $\boxed{x=a}$.

2)المستقيم المقارب الأفقي:

إذا كان $\boxed{\lim_{x\to\infty} f(x)=b}$ فإنّ تفسيرها البياني(أو الهندسي) هو: C_f يقبل مستقيما مقاربا أفقيّا معادلته $\boxed{y=b}$ ،وذلك بجوار ∞.

3)المستقيم المقارب المائل:

ا-لإثبات أنّ المستقيم $(\Delta): y=ax+b$ مقارب مائل لـ C_f بجوار ∞ ، يكفي أنْ نثبت أنّ : $\boxed{\lim_{x\to\infty}(f(x)-(ax+b))=0}$.

بـ- إذا لم تُعْطَ لنا معادلة المستقيم المقارب المائل، و طُلِب منّا تعيينه، ننظر إلى عبارة $f(x)$، فإنْ كانت من الشكل التالي:

$$f(x)=ax+b+\varphi(x) \quad \text{مع} \quad \lim_{x\to\infty}\varphi(x)=0$$

فالمستقيم ذو المعادلة $y=ax+b$ مقارب مائل لـ C_f عند ∞.

إذا لم تتوفّر الملاحظة السابقة، نعيّن المستقيم المقارب المائل بالطريقة التالية: نحسب $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}$ ، فنجد عددا حقيقيّا a غيرمعدوم، ثم نحسب $\lim_{x\to\infty}[f(x)-ax]$، فنجد عددا حقيقيّا b و تكون معادلة المستقيم المقارب المائل هي: $y=ax+b$.

4)الدالة الزوجيّة:

f دالة حيث D_f متناظرة بالنسبة إلى الصفر. لإثبات أنّ f زوجيّة، نبرهن،من أجل كل x من D_f، أنّ: $\boxed{f(-x)=f(x)}$

ملاحظة هامّة: إذا كانت f زوجيّة، فيُمْكِن إنشاء القسم من C_f على الجزء الموجب (أو السالب) من D_f ، ثم نُكمل C_f بالتناظر بالنسبة إلى محور التراتيب.

5)الدالة الفرديّة:

f دالة حيث D_f متناظرة بالنسبة إلى الصفر. لإثبات أنّ f فرديّة، نبرهن،من أجل كل x من D_f، أنّ: $f(-x)=-f(x)$ أو $\boxed{f(-x)+f(x)=0}$.

ملاحظة هامّة: إذا كانت f فرديّة، فيُمْكِن إنشاء القسم من C_f على الجزء الموجب (أو السالب) من D_f ، ثم نُكمل C_f بالتناظر بالنسبة إلى مبدإ المعلم.

6)الدالة الدوريّة:

f دالة، و p عدد حقيقي غير معدوم، بحيث من أجل كل x من D_f، $x+p$ ينتمي إلى D_f. لإثبات أنّ p دَوْرٌ للدالة f نبرهن، من أجل كل x من D_f، أنّ : $\boxed{f(x+p)=f(x)}$.

ملاحظة1 : الدّوْر P للدالة f هو أصغر عدد حقيقي موجب تماما يحقق العلاقة السابقة .

ملاحظة2 : إذا كانت f دوريّة، فيُمْكِن الاكتفاء بإنشاء جزء من C_f على مجال طوله الدور P.

7)مركز التناظر:

α عدد حقيقي و f دالة، حيث D_f متناظرة بالنسبة لـ α.

لإثبات أنّ النقطة $\omega(\alpha,\beta)$ مركز تناظر للمنحني C_f ، يكفي أنْ نثبت، من أجل كل x من D_f، أنّ :

$\boxed{f(2\alpha-x)+f(x)=2\beta}$ أو $f(\alpha-x)+f(\alpha+x)=2\beta$.

8)محور التناظر:

α عدد حقيقي و f دالة، حيث D_f متناظرة بالنسبة لـ α.

لإثبات أنّ المستقيم $(D): x=\alpha$ محور تناظر للمنحني C_f ، يكفي أنْ نثبت، من أجل كل x من D_f، أنّ :

$\boxed{f(2\alpha-x)=f(x)}$ أو $f(\alpha-x)=f(\alpha+x)$.

9)نقطة الانعطاف:

بصفة عامّة، لتعيين نقطة الانعطاف، نقوم بما يلي: نحسب المشتق الثاني $f''(x)$ ، و ندرس إشارته ، فإذا وجدنا $f''(x)$ انعدم عند قيمة x_0 من D_f، مُغيّراً إشارته، تكون النقطة ذات الفاصلة x_0 نقطة انعطاف لـ C_f.

حالة خاصّة: في بعض الحالات، يمكن تعيين نقطة الانعطاف دون اللجوء إلى المشتق الثاني $f''(x)$، وذلك إذا انعدم المشتق الأوّل $f'(x)$ عند قيمة x_0 من D_f، ولمْ يغيّر إشارته ، فتكون النقطة ذات الفاصلة x_0 نقطة انعطاف لـ C_f.

حالة أخرى: إذا كانت $\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=+\infty$ أو $\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=-\infty$ ؛ فالتفسير الهندسي هنا هو أنّ النقطة ذات الفاصلة x_0 هي نقطة انعطاف لـ C_f.(فائدة: يكون المماس عند هذه النقطة موازيا لمحور التراتيب).

ملاحظة: في بعض الحالات، يَفرضُ عليْنا سياق التمرين أن نعيّن نقطة الانعطاف بالكيفيّة التالية :

يُطلب منّا أنْ ندرس وضعيّة المنحني C_f بالنسبة إلى المماس عند النقطة ذات الفاصلة x_0، فإذا وجدنا أنّ C_f غيّر وضعيّته بالنسبة إلى المماس(قبْل و بعْد نقطة التّماس) نستنتج أنّ النقطة ذات الفاصلة x_0 هي نقطة انعطاف لـ C_f.

10)تقاطع C_f مع حامل محور الفواصل:

لتعيين نقط تقاطع C_f مع حامل محور الفواصل، نحلّ المعادلة $\boxed{f(x)=0}$ حيث $x\in D_f$.(طبْعاً، إذا كانت قابلة للحل !)

11)تقاطع C_f مع حامل محور التراتيب:

f دالة حيث $0\in D_f$ لتعيين نقطة تقاطع C_f مع حامل محور التراتيب، نعوّض x بالصفر في عبارة $f(x)$. **(يتبع...)**