تمرين01 :

1) عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث : $2x^3-5x^2+x+2=(x-1)(ax^2+bx+c)$

2) استنتج حل المعادلات :

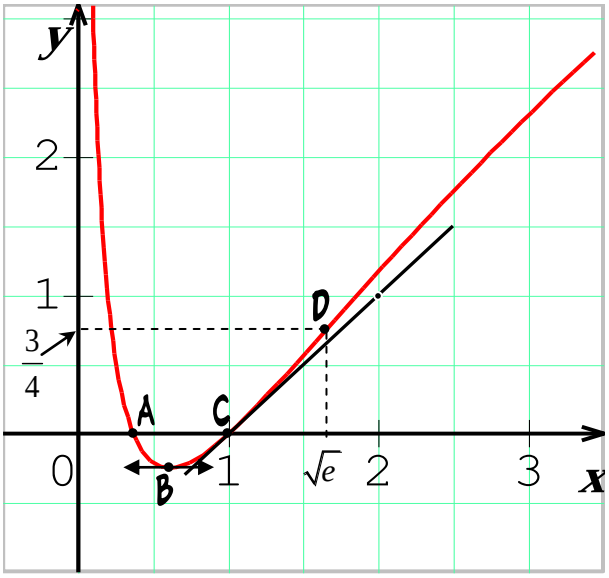
- $2x^3-5x^2+x+2=0$
- $2(\ln x)^3-5(\ln x)^2+\ln x+2=0$
- $2e^{3x}+e^{2x}-5e^x+2=0$

تمرين02 :

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي:

$$f(x)=\alpha(\ln x)^2+\beta\ln x+\gamma$$

و C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس(الشكل)



1) بواسطة قراءة بيانية عين : $f(1)$ ، $f'(1)$ و $f(\sqrt{e})$

2) بين أنه من أجل $x\in]0;+\infty[$ فإن :

$$f'(x)=\frac{\beta+2\alpha\ln x}{x}$$

3)إعتمادا على السؤال 1) ، أثبت أن : $\alpha=\beta=1$ و $\gamma=0$

4) عين إحداثيات النقطتين A ، B .

5) لتكن المعادلة : $(E).....(\ln x)^2+\ln x-\ln m=0$ حيث : m وسيط حقيقي موجب تماما

- ناقش بيانيا حسب قيم عدد حلول المعادلة (E)
- أثبت أنه إذا كان للمعادلة (E) حلان متمايزان x_1 و x_2 فإن : $x_1\times x_2=\frac{1}{e}$

تمرين03 :

الجزء الأول :

لتكـن الدالة g المعــرفة على R بـ : $g(x)=e^x-x-1$

① أحسب $g'(x)$ واستنتج تغيرات الدالة g.

② استنتج أن : $g(x) \geqslant 0$ و عين إشارة $\dfrac{e^x-1}{x}-1$

③ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $g(-x)=e^{-x}\left(1+(x-1)e^x\right)$ واستنتج أن : $1+(x-1)e^x \geqslant 0$.

الجزء الثاني :

لتكن الـدالة f المعــرفة على R^* بـ : $f(x)=x-1-\dfrac{x}{e^x-x-1}$

① بــرر لماذا f معــرفــة على R^* ؟

② أ) بين أنه يمكن كتابة f على الشكل : $f(x)=x-1-\dfrac{1}{\dfrac{e^x}{x}-\dfrac{1}{x}-1}$ و **استنتج** $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) بين أنه يمكن كتابة f على الشكل : $f(x)=x-1-\dfrac{1}{\dfrac{e^x-1}{x}-1}$ و **استنتج** $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$

③ أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معـدوم فإن : $f'(x)=1+\dfrac{1+(x-1)e^x}{(e^x-x-1)^2}$

ب) برهن أن : $f'(x)>0$ ، و شكل جدول تغيرات f .

④ برهن أن : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)-x=0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-x=-1$ واستنتج أن المنحنى C_f يقبل مستقيمين مقاربين (Δ) و (Δ') يطلب تعيين معادلتيهما

⑤ أ) برهن أنه يـوجد عـددان حقيـقيــان α و β يحققان : $f(\alpha)=f(\beta)=0$ علـما أن :

$1<\alpha<2$ و $-2<\beta<-1$

ب) استنتج أن : $e^{\beta}=\dfrac{\beta^2+\beta-1}{\beta-1}$

⑥ أنشئ (Δ) و (Δ') والمنحنى C_f .

إعداد : الأستاذ : ع . زروقي