

تمرين 1

حدد مجموعة تعريف الدالة f في الحالات التالية

$$f(x) = \ln(2x^2 - x + 3) \quad (b) \quad f(x) = \frac{3x}{1 - \ln x} \quad (a)$$

$$f(x) = \sqrt{1 - (\ln x)^2} \quad (d) \quad f(x) = \ln(\ln x) \quad (c)$$

تمرين 2

1- حل في $\mathbb{R}$ المعادلات

$$\ln(2x-3)(x+1) = \ln 3 \quad ; \quad \ln(2x-3) + \ln(x+1) = \ln 3$$

$$\ln|2x-3| + \ln|x+1| = \ln 3 \quad ; \quad 2\ln(2x-1) - 3\ln(1-x) = 0$$

2- حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات

$$\ln(-3x^2 + x + 2) \geq 0 \quad \ln\left(\frac{x+2}{x-1}\right) > 0$$

$$\ln|x+1| < -\ln|3x+5|$$

3- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة

$$(\ln x)^3 - 2(\ln x)^2 + 3\ln x = 0$$

$$\log_2 x = \frac{1}{2} + \log_4(2x+5) + \log_4 2$$

$$\log_2(\sqrt{x+2}) + \log_4(x+3) = \frac{3}{2}$$

$$\begin{cases} \log_x e + \log_y e = \frac{3}{2} \\ \ln xy = \frac{3}{2} \end{cases} \quad \text{4- حل في } \mathbb{R}^2 \text{ النظمة}$$

تمرين 3

أحسب النهايات التالية

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x + \ln(x^2 + 1) \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} x(\ln x)^3$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x) \ln x \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} x(\ln x)^n \quad n \in \mathbb{N}^*$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^2 + 2)}{x + 2} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \ln \frac{x^2 - 2x}{x^2 + 3}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln x)^2 - x \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln\left(\frac{x-3}{x}\right)$$

تمرين 4

أدرس قابلية الاشتقاق و حدد $f'(x)$ في الحالات التالية

$$f(x) = \ln(1 - \ln x) \quad (2) \quad ; \quad f(x) = \ln \frac{3+x}{4-x} \quad (1)$$

$$f(x) = \ln(2x - \sqrt{x+1}) \quad (4) \quad ; \quad f(x) = \frac{\ln x}{1 - (\ln x)^2} \quad (3)$$

$$\begin{cases} f(x) = \frac{1 + \ln x}{1 - \ln x} & x > 0 \\ f(x) = x - 1 & x \leq 0 \end{cases} \quad (5)$$

تمرين 5

أدرس ومثل مبيانيا الدالة العددية f المعرفة بـ $f(x) = \frac{2}{x} + \ln \frac{x}{2}$

تمرين 6

نعتبر الدالة العددية f لمتغير حقيقي المعرفة بـ

$$f(x) = (\ln x)^2 - \ln x$$

1- حدد مجموعة تعريف الدالة f و نهايات f عند محداتها

2- أدرس تغيرات f

$$f(x) = 0 \quad \text{3- حل المعادلة}$$

4- حدد معادلة المماس لـ C_f عند النقطة ذات الأفصول 1

ثم أنشئ C_f في م.م.م

تمرين 7

أدرس ومثل مبيانيا الدالة العددية f المعرفة بـ $f(x) = \ln \left| \frac{x}{x+1} \right|$

تمرين 8

نعتبر الدالة العددية f لمتغير حقيقي المعرفة بـ

$$\begin{cases} f(x) = x(1 - \ln x)^2 & x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

1- حدد D_f و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم أدرس اتصال f

على يمين 0

2- أدرس اشتقاق f على يمين 0 و أول النتيجة

هندسيا

3- أدرس تغيرات f

4- حدد نقطة انعطاف المنحنى C_f

5- أدرس الفرع اللانهائي ثم أنشئ C_f في م.م.م

تمرين 9

نعتبر الدالة f المعرفة بـ $f(x) = \ln|\sqrt{x} - 1|$

1- حدد D_f أحسب $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2- أحسب $f'(x)$ لكل x من $D_f - \{0\}$ و أعط جدول

تغيرات الدالة f

3- أدرس اشتقاق f على يمين 0 و أول النتيجة هندسيا

4- أدرس الفروع اللانهائية لـ C_f

5- بين أن C_f بقبل نقطة انعطاف A تحديد إحداثيتها و

أحسب معادلة المماس عند النقطة A

6- حدد نقطة تقاطع المنحنى C_f و محور الأفاصيل التي

تختلف عن الأصل

7- أنشئ C_f نأخذ $\ln 2 = 0,7$

تمرين 10

نعتبر الدالة العددية f لمتغير حقيقي المعرفة بـ

$$f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$$

1- حدد D_f و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2- أدرس تغيرات f

3- حدد نقطة انعطاف المنحنى C_f

4- أدرس الفروع اللانهائيات ثم أنشئ C_f في م.م.م

5- استعمل C_f لحل المعادلة و المتراجحة التاليتين

$$x + \sqrt{1+x^2} > 1 \quad x + \sqrt{1+x^2} = 1$$

تمرين 11نعتبر الدالة العددية f المعرفة ب:

$$f(x) = x + 2 + \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right|$$

و C_f المنحنى الممثل لها في معلم متعامد وممنظم $(o; \vec{i}; \vec{j})$ (1) حدد D_f حيز تعريف الدالة f (2) بين أن النقطة $I(0; 2)$ مركز تماثل ل C_f (3) ضع جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}^+$ (4) أدرس الفروع اللانهائية ل C_f على $\mathbb{R}^+$ (5) أنشئ C_f في المعلم $(o; \vec{i}; \vec{j})$ **تمرين 12**نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\ln x + 1}{1 - \ln x} & x \neq 0 \\ f(0) = -1 \end{cases}$$

بما يلي:

وليكن C_f تمثيلها المباني في م م م (الوحدة 2cm)(1) أ - حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .

ب - بين أن متصلة في 0 على اليمين.

ج - ادرس قابلية اشتقاق الدالة f في 0 على اليمين وأعط تأويلا هندسيا للنتيجة.(2) أ - احسب $f'(x)$ لكل x من D_f .ب - اعط جدول تغيرات الدالة f (3) أ - بين أن C_f يقبل نقطة انعطاف I يجب تحديدإحداثيتها. ثم اكتب معادلة المماس ل C_f عند النقطة I .ب - أنشيء المنحنى C_f **تمرين 13**نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي:

$$f(x) = \ln(x^3 - 3x + 2)$$

و C_f المنحنى الممثل لها في معلم متعامد وممنظم $(o; \vec{i}; \vec{j})$ (1) احسب : $(x-1)^2(x+2)$ ثم استنتج D_f .(2) احسب نهايات f عند محداث D_f .(3) ضع جدول تغيرات f (4) أ. بين أن لكل $x \in]1; +\infty[$ لدينا :

$$f(x) = 3 \ln x + \ln \left(1 - \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^3} \right)$$

ب. ادرس الفروع اللانهائية ل C_f .ت. حدد معادلة المماس ل C_f في النقطة ذات الأضلاع

$$x_0 = 0$$

ث. احسب $f(2)$ ثم أنشئ C_f في المعلم $(o; \vec{i}; \vec{j})$ **تمرين 14**نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}_+^*$

$$f(x) = 1 - \frac{1}{x} + \ln x$$

بما يلي:

(1) أ. احسب نهايات f عند محداث D_f .ب. احسب $f'(x)$ لكل $x \in \mathbb{R}_+^*$ ت. بين أن الدالة f تزايدية قطعاً على $x \in \mathbb{R}_+^*$.ج. احسب $f(1)$ ثم استنتج إشارة $f(x)$.(2) نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة

$$g(x) = (x-1) \ln x$$

و (C_g) المنحنى الممثل لها في معلم متعامد وممنظم

$$(o; \vec{i}; \vec{j})$$

أ. حدد D_g حيز تعريف الدالة g . ثم أحسب نهايات g عندمحداث D_g .ب. بين أن : $g'(x) = f(x)$: $(\forall x \in D_g)$ ت. ضع جدول تغيرات الدالة g .ث. ادرس الوضع النسبي ل (C_g) و المستقيم (Δ) ذو

$$y = x - 1$$

ج. ادرس الفرعين اللانهائيين ل (C_g) .ح. أنشئ (C_g) في المعلم $(o; \vec{i}; \vec{j})$.**تمرين 15**I نعتبر الدالة العددية h للمتغير الحقيقي x المعرفة بما

$$h(x) = \frac{x}{x+1} + \ln(x+1)$$

(1) حدد D_h ثم احسب نهايات h عند محداث D_h .(2) أ. احسب $h'(x)$ لكل $x \in D_h$ ثم أدرس إشارتها.ب. ضع جدول تغيرات h ثم استنتج إشارة $h(x)$.

$$(h(0) = 0)$$

II . نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة

$$f(x) = \sqrt{x \ln(x+1)}$$

بما يلي:

(1) حدد D_f ثم احسب نهايات f عند محداث D_f .(2) ادرس الفرع اللانهائي ل C_f .(3) أ. ادرس قابلية اشتقاق f في $x_0 = 0$ ثم أول النتائج

هندسيا .

ب. احسب $f'(x)$ لكل $x \in D_f$ و $x \neq 0$ و تحقق أن إشارة $f'(x)$ هي إشارة $h(x)$ ج. ضع جدول تغيرات f د. أنشئ C_f في المعلم $(o; \vec{i}; \vec{j})$. (نقبل أن f'' موجبة على

$$]-1; 0[\text{ و سالبة على }]0; +\infty[.$$