حلول مواضيع البكالوريا الفرنسية المقترحة في الكتاب المدرسي(تطور جملة ميكانيكية):

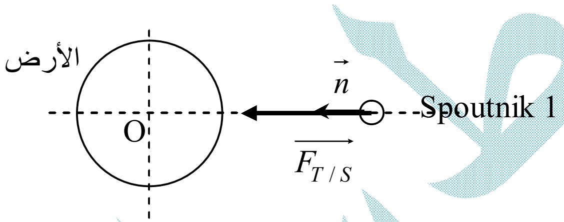
الموضوع الأول: أربعة أقمار اصطناعية أرضية من بين الأخرى(بكالوريا فرنسا القارية جوان 2005).

1-دراسة القمر الإصطناعي الأول:

أ-العبارة الشعاعية للقوة المطبقة من طرف الأرض على القمر spoutnik1:

القوة التي تنشأ بين الأرض و القمر الإصطناعي هي: $\vec{F}_{T/S} = G.\frac{M_T \times m_s}{(R_T + h)^2}.\vec{n}$.

الشكل التوضيحي:



ب-العبارة الشعاعية لتسارع القمر الإصطناعي:

نطبق القانون الثاني لنيوتن في المرجع المركزي الأرضي الذي نعتبره عطاليا على الجملة(القمر الإصطناعي).

$$\vec{F}_{T/S} = m_s \times \vec{a}$$

$$G.\frac{M_T \times m_s}{(R_T + h)}.\vec{n} = m_s.\vec{a}$$

$$G.\frac{M_T}{(R_T + h)}.\vec{n} = \vec{a}$$

2-الأقمار الإصطناعية ذات المدار الدائري:

2-1- دراسة حركة القمر هبل (Hubble) في معلم مركزي أرضي:

أ-بالنسبة للحركات الدائرية لدينا: $\vec{a} = \frac{dv}{dt}.\vec{\tau} + \frac{v^2}{(R_T + h)}.\vec{n}$ حيث $\vec{\tau}$ شعاع وحدة متوجه في نفس جهة الحركة ومتعامد مع $\vec{n}$ (شعاع وحدة).

حسب القانون الثاني لنيوتن شعاع التسارع له نفس الإتجاه مع شعاع القوة $\vec{F}_{T/S}$. ومنه $\frac{dv}{dt} = 0$ أي أن شدة السرعة مقدار ثابت.

ب-العبارة الحرفية لتسارع مركز عطالة القمر هبل بدلالة M_T ،R_T،h،G.

يمكننا كتابة عبارة التسارع كما يلي: $\vec{a}=\dfrac{v^2}{(R_T+h)}.\vec{n}$ وباستعمال نتيجة السؤال 1–ب نحصل

على العبارة:
$$G.\frac{M_T}{(R_T+h)^2}=\frac{v^2}{(R_T+h)}$$

ومنه: $v^2=G.\dfrac{M_T}{(R_T+h)}$ إذن: $v=\sqrt{G.\dfrac{M_T}{(R_T+h)}}$

جـــ– دور القمر هبل بدلالة المقادير المذكورة سابقا:

القمر يقطع مسافة $2\pi.(R_T+h)$ خلال مدة زمنية تسمى دور الحركة T.

عبارتها:
$$v=\frac{2\pi(R_T+h)}{T}$$
$$T=\frac{2\pi(R_T+h)}{v}$$

ومنه
$$T^2=\frac{4\pi^2(R_T+h)^2}{v^2}=\frac{4\pi^2(R_T+h)^2}{G.\dfrac{M_T}{(R_T+h)}}=\frac{4\pi^2(R_T+h)^3}{G.M_T}$$

أي:
$$T^2=\frac{4\pi^2(R_T+h)^3}{G.M_T}$$

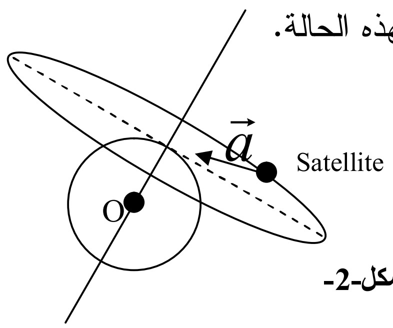
وعليه نكون قد تحصلنا على القانون الثالث لكبلر $\dfrac{T^2}{(R_T+h)^3}=\dfrac{4\pi^2}{G.M_T}$.

2–2–حالة قمر إصطناعي مستقر بالنسبة للأرض:

أ–القمر الاصطناعي المستقر هو القمر الذي يكون له نفس دور الأرض،و الساكن بالنسبة للمرجع السطحي الأرضي.

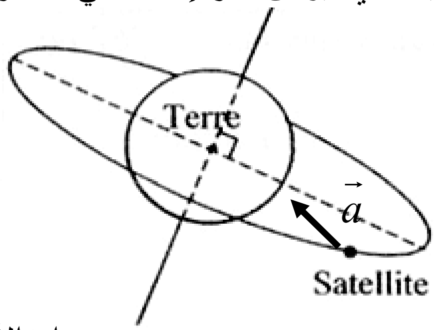
ب–

الشكل–2– مخالف للقانون الثاني لنيوتن: شعاع التسارع يكون في نفس المستوي الذي يحتوي المسار الدائري. وحسب القانون الثاني لنيوتن يكون لشعاع التسارع $\vec{a}$ وشعاع القوة $\overrightarrow{F_{T/S}}$ نفس الجهة ونفس الحامل وهذا غير مطابق لهذه الحالة.



الشكل-2-

الشكل-1- هو المسار الوحيد الذي يوافق قمر إصطناعي مستقر حيث دور حركته يساوي دور حركة الأرض حول محور



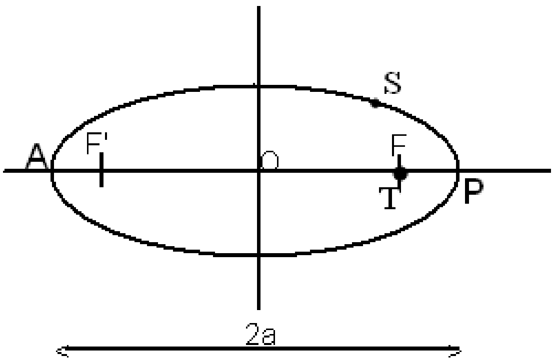
الشكل-1-

3-الأقمار الإصطناعية ذات المدارات الإهليليجية:

3-1- قانون كبلر الأول: "إذا إعتبرنا كوكب يطبق قوة جاذبة F (مثلا الأرض) وقمر إصطناعي s خاضعا للقوة الجاذبة، في غياب أي إضطرابات يكون مسار هذا الأخير مسارا إهليليجيا، و الأرض تتموضع في أحد محرقيه".

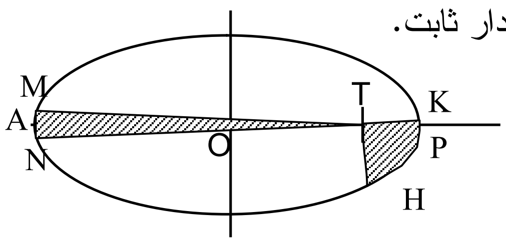
قانون كبلر الثالث: "نسبة مربع دور حركة القمر الإصطناعي T (حول كوكب يطبق قوة جاذبة عليه) على نصف المحور الكبير لمساره الإهليليجي $\left(T^2/a^3\right)$ مقدار ثابت".

-2-3



O :مركز الإهليليج
F',F محرقي المسار الإهليليجي
2a:المحور الكبير.
T:مركز عطالة كوكب الأرض.
A:توجد على إرتفاع 36000 كلم.
P:توجد على إرتفاع 500كلم.

3-3- المساحتان المظللتان(المهشرتان) متساويتان، نلاحظ أن القمر الإصطناعي(S) يقطع المسافة HK عندما يكون قريب من الأرض ويقطع المسافةMN عندما يكون بعيد عن الأرض، حسب قانون المساحات: المسافتان غير متساويتان ($HK \neq MN$) و يقطعهما القمر في نفس المدة الزمنية، فنستنتج أنه يستحيل أن تكون شدة سرعة القمر الإصطناعي مقدار ثابت.



3 شكل توضيحي للمساحتين المظللتين

3-4- تكون السرعة أعظمية عند النقطة P وتكون السرعة أصغرية عند النقطة A.

4-مهام الأقمار الإصطناعية:

أ-

طول الموجة في الفراغ $\lambda(nm)$

الأشعة تحت الحمراء	الأشعة الضوئية المرئية		الأشعة فوق البنفسجية
	$\lambda max = 800\ nm$	$\lambda min = 400\ nm$	

ب- إستنتاج قيمتي التواتر الموافق لحدود الضوء المرئي:

$$\lambda = \frac{c}{\gamma} \Rightarrow \gamma = \frac{c}{\lambda}$$

$$\lambda_{\min} = \frac{3.0\times10^{8}}{400\times10^{-9}} = 0.75\times10^{15}\,Hz = 7.5\times10^{14}\,Hz$$

$$\lambda_{\max} = \frac{3.0\times10^{8}}{800\times10^{-9}} = \frac{\lambda_{\min}}{2} 0.375\times10^{15}\,Hz = 3.75\times10^{14}\,Hz$$

$$\lambda_{\max} = 3.75\times10^{14}\,Hz \qquad \lambda_{\min} = 7.5\times10^{14}\,Hz$$

ج- في الفراغ الضوء يتحرك بالسرعة c بينما في الأوساط الأخرى يتحرك بسرعة

$v \langle c$ و $\lambda = \frac{v}{\gamma}$

- التواتر ثابت، إذا تغيرت السرعة تغير الطول الموجي λ.
- λ تتعلق بوسط التشتت.

الموضوع الثاني:البـــــــرد (بكالوريا أمريكا الشمالية، جوان 2005).

1-السقوط الحر: نعتبر أن البرد يسقط سقوطا حرا.

أ- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في المعلم السطحي الأرضي (الذي نعتبره عطاليا) على قطعة البرد الخاضعة لثقلها فقط في حالة السقوط الحر يمكن إيجاد التسارع a لمركز عطالتها وفق العلاقة التالية:

$\vec{P} = m\vec{a}$ أو: $m\vec{g_0} = m\vec{a}$

إذن: $\vec{g_0} = \vec{a}$

و بالإسقاط على المحور (oz) نجد أن: $a_z = g_0$ وهي تمثل مشتقة السرعة بدلالة الزمن $(a_z = \frac{dv_z}{dt})$ وبالتكامل نجد عبارة السرعة $v_z = g_0 t + v_{0z}$

وبما أن: $v_{0z}=0m.s^{-1}$ إذن: $v_z=g_0t$ وبما أن: $v_z=\frac{dz}{dt}$ بالمكاملة نجد

$z=\frac{1}{2}g_0t+z_0$ ومن الشروط الإبتدائية t=0s و $z_0=0m$ إذن: $z=\frac{1}{2}g_0t$.

ب-حساب سرعة حبة البرد عندما تصل إلى الأرض:

عند وصول حبة البرد إلى الأرض $z=h=1500m$ أي $h=\frac{1}{2}g_0t$

في اللحظة $t=\sqrt{\frac{2h}{g_0}}$ بسرعة $v_h=\sqrt{2h.g_0}\Leftarrow v_h=g_0t=g_0\sqrt{\frac{2h}{g_0}}$ $v_h=\sqrt{2\times9.8\times1500}$

$\Leftarrow\ v_h=171m.s^{-1}=617km.h^{-1}$

وهي أكبر بكثير من $160km.h^{-1}$ وعليه فالنتيجة غير مقبولة وفرضية السقوط الحر غير صالحة لتفسير حرة قطعة البرد.

2-السقوط الحقيقي:

في الحقيقة تخضع حبة البرد إلى ثلاثة قوى هي: ثقلها P ودافعة أرخميدس F وقوة الإحتكاك المتناسبة مع مربع السرعة $f=k.v^2$

أ-تحديد وحدة المعامل k في النظام الدولي باستعمال تحليل الأبعاد:

$$[K]=\frac{[F]}{[v^2]}\quad\Rightarrow\quad[K]=\frac{[M]\times[L]\times[T]^{-2}}{[L]^2\times[T]^{-2}}=[M]\times[L]^{-1}$$

إذن وحدة المعامل k هي: $kg.m^{-1}$.

ب-عبارة قيمة دافعة أرخميدس:

$$F_A=\rho V.g_0=\rho.\tfrac{4}{3}\pi.r^3.g_0$$

$$F_A=\tfrac{4}{3}.\pi.(\tfrac{3}{2}.10^{-2})^3\times1.3\times9.8=1.8\times10^{-4}N$$

$$p=m.g_0=13\times10^{-3}\times9.8=0.13N$$

المقارنة بين F_A و P $\qquad\frac{P}{F_A}=700$

بالمقارنة بين شدة الثقل وشدة قوة دافعة أرخميدس يمكن إهمال دافعة أرخميدس أمام الثقل.

3-نهمل دافعة أرخميدس.

أ-إيجاد المعادلة التفاضلية للحركة وتبيين أنها تكتب من الشكل التالي: $\frac{dv}{dt}=A-B.v^2$.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في المعلم السطحي الأرضي(الذي نعتبره عطاليا) على قطعة البرد الخاضعة لثقلها ولقوة الإحتكاك $\vec{f}$ المتناسبة مع مربع السرعة.

نجد: $\vec{P}+\vec{f}=m.\vec{a}$ و بالإسقاط على المحور (oz) الموجه نحو الأسفل نجد:

$$m.\frac{dv}{dt}=m.g_0-k\,v^2$$

أو: $\frac{dv}{dt}=g_0-\frac{k}{m}v^2$

إذن المعادلة التفاضلية من الشكل: $\frac{dv}{dt}=A-B\,v^2$.

حيث $A=g_0=9.8m.s^{-2}$ و $B=\frac{k}{m}$ وأبعاده هي $[B]=[L]^{-1}$ ووحدته في النظام الدولية هي: m^{-1}.

ب-حل هذه المعادلة التفاضلية بواسطة طريقة أولر:

ومنه: $a_i=A-Bv_i{}^2$

$$a_4=A-Bv_4^2=9.8-1.56\times10^{-2}\times(17.2)^2=5.18m.s^{-2}$$

$$v_{i+1}=v_i+a_i\times\Delta t$$

ومنه: $v_5=v_4+a_4\times\Delta t=17.2+5.18\times0.5=19.8m.s^{-2}$.

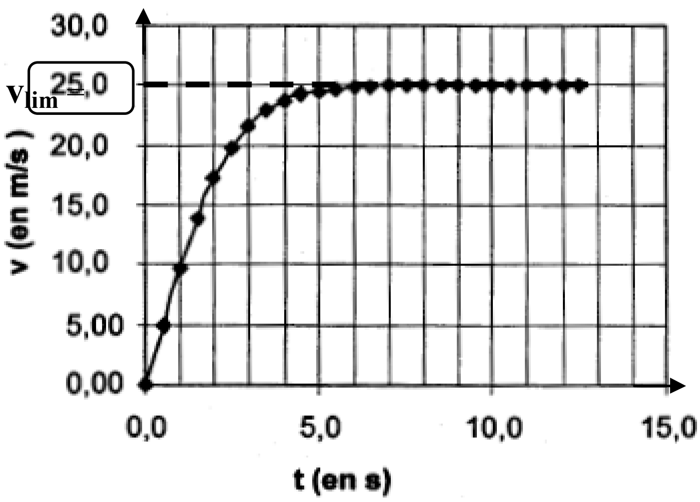
ج-العبارة الحرفية للسرعة الحدية لقطعة البرد بدلالة AوB:

خلال الحركة تزداد قيمة السرعة ومنه (حسب المعادلة السابقة) ينقص التسارع تدريجيا حتى أنه يمكن إعتباره منعدما $\frac{dv}{dt}=0$ ويمكن إعتبار السرعة v ثابتة. وعبارة السرعة الحدية تكتب وفق العلاقة التالية: $A-B\,v_{\lim}^2=0 \Leftarrow$

$$v_{\lim}=\sqrt{\frac{A}{B}}=\sqrt{\frac{9.8}{1.56\times10^{-2}}}=25m.s^{-1}$$

د-إيجاد قيمة السرعة الحدية من البيان:

من منحنى تغير السرعة بدلالة الزمن t نلاحظ أن السرعة الحدية $v_{\lim}=25m.s^{-1}$ أي $v_{\lim}=90km.h^{-1}$.



الموضوع الثالث: ميكانيك طيران منطاد(بكالوريا فرنسا القارية جوان 2004).

1-ميكانيك الطيران:

1-1- شروط الإقلاع:

أ- في المعلم السطحي الأرضي (الذي نعتبره غاليليا) القوى الخارجية المؤثرة على الجملة(المنطاد +السلة) عند الإقلاع هي:

- الثقل $\vec{P}$، حامله شاقولي و إتجاهه نحو السفل.
- دافعة أرخميدس $\vec{F_A}$ حاملها شاقولي و إتجاهها نحو الأعلى.
- قوة الإحتكاك مع الهواء $\vec{f}$ حاملها شاقولي وإتجاهها عكس إتجاه الحركة أي نحو السفل.

ب- دافعة أرخميدس تساوي ثقل حجم الهواء المزاح $F_A = \rho \times V_b \times g$ مع إهمال حجم سلة المنطاد.

جـ- باعتبار المعلم السطحي الأرضي غاليليا نطبق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (كتلتها M) نجد العبارة التالية: $\vec{P} + \vec{F_A} + \vec{f} = M \times \vec{a}$.

د- الشرط الذي يجب أن يحققه شعاع التسارع لكي يتمكن المنطاد من الصعود:يجب أن يكون شاقوليا و موجها نحو الأعلى.

د-1- بإسقاط العلاقة المحصل عليها في السؤال **ج** على المحور الشاقولي الموجه نحو الأعلى نجد:

$$-M \times g - k \times \rho \times v^2 + \rho \times V_b \times g = M \times a_z \rightarrow (1)$$

لكي يصعد المنطاد يجب أن يكون $a_z > 0$ أي $-M\times g - K\times\rho\times v^2 + \rho\times V_b\times g > 0$

$$M < \frac{\rho \times V_b \times g - K \times \rho \times v^2}{g}$$

مباشرة بعد الإقلاع قوة الإحتكاك تهمل لأن v صغيرة جدا إذا $M < \rho \times V_b$

هـ الكتلة الأعظمية للتجهيز العلمي الذي يمكن أن تحمله السلة:

كتلة الجملة مع المعدات العلمية هي $M' = m + m' + m_{max}$

لكي يصعد المنطاد يجب أن تكون: $M' < M$ أي $M' < \rho\times V_b$

حيث $m + m' + m_{max} = \rho\times V_b \Leftarrow m_{max} = \rho \times V_b - m - m'$

$$m_{max} = 1.22 \times 9 - 2.10 - 0.50 = 8.4 kg$$

2-1- صعود المنطاد:

أ- إنطلاقا من السؤال (1-1-ج) تبين أنه يمكن كتابة المعادلة التفاضلية للحركة على الشكل التالي: $\frac{dv}{dt} = A v^2 + B$. إعطاء عبارة A و B.

$$-M \times g - k \times \rho \times v^2 + \rho \times V_b \times g = M \times \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{-k \times \rho}{M} \times v^2 + \frac{\rho \times V_B \times g - M \times g}{M}$$

إذن: $A = \frac{-k \times \rho}{M}$ و $B = \frac{\rho \times V_B \times g - M \times g}{M}$

ب- باستعمال طريقة أولر (Euler) و المعادلة التفاضلية للسؤال (1-2- أ) وقيمتي A و B نكمل الجدول التالي:

t (s)	قيمة السرعة $v(t_n)$ ب: $m.s^{-1}$	قيمة $a(t_n)$ ب: $m.s^{-2}$	$\Delta v(t_n)$ ب: $m.s^{-1}$ ***$\Delta v(t_n) = a(t_n).\Delta t$***
$t_0 = 0,0$	0	13,6	$\Delta v(t_0) = (13,6 \times 0,05)$ $\Delta v(t_0) = 0,68$
$t_1 = 0,05$	$v_1 = v_0 + \Delta v(t_0)$ $v_1 = 0,68$	$a(t_1) = A.v_1^2 + B$ $a(t_1) = -0,53 \times (0,68)^2 + 13,6$ $a(t_1) = 13,4$	$\Delta v(t_1) = a(t_1).\Delta t$ $\Delta v(t_1) = 0,67$
$t_2 = 0,10$	$v_2 = v_1 + \Delta v(t_1)$ $v_2 = 1,35$		

1-3-السرعة الحدية للمنطاد:

أ-العبارة الحرفية للسرعة الحدية للمنطاد بدلالة A وB:

عند بلوغ السرعة الحدية يكون لدينا $\frac{dv}{dt} = 0$

$A v^2 + B = 0$ إذن: $v_{\lim} = \sqrt{\frac{-B}{A}}$

ب- قيمة السرعة الحدية:

$$v_{\lim} = \sqrt{\frac{-B}{A}} = \sqrt{\frac{-13.6}{-0.53}} = 5.1 m.s^{-1}$$

ج-المقارنة بين السرعة الحدية المحسوبة في السؤال (1-3-ب) و القيمة المقروءة على المنحني: نلاحظ من المنحني أن $v_{\lim} = 5m.s^{-1}$.

إذن قيمة السرعة الحدية المتحصل عليها بطريقة أولر تساوي بالتقريب قيمة السرعة المتحصل عليها بالمعادلة التفاضلية.

2-هل يتغير الثقل و دافعة أرخميدس مع تغير الإرتفاع ؟

2-1-الثقل:

بحساب الفرق النسبي $\frac{\Delta g}{g} = \frac{g_{9000} - g_0}{g_0} = \frac{9,7789 - 9,8066}{9,8066} = 0,28\% < 1\%$

من أجل قيمتي الجاذبية الواردتين في الجدول يمكن اعتبار تسارع الجاذبية الأرضية ثابت. إذن الثقل ثابت بين الارتفاع $0m$ و $9000m$.

2-2- دافعة أرخميدس:

$$F_A = \rho \times V_b \times g$$

أثناء الصعود، المنطاد ينتفخ لأن الضغط الجوي ينقص. إذن حجم المنطاد يزداد ،و قيمة الجاذبية الأرضية ثابتة (أنظر السؤال السابق)، و لكن الكتلة الحجمية تنقص، إذن معاملي القوة يتغيران بتعاكس و عليه لا يمكن الإستنتاج.

الموضوع الرابع:المظلي و السقوط الحر (بكالوريا فرنسا القارية جوان 2004).

الجـــــــزء A، القفز الكبير:

1-قيمة الجاذبية (في بداية القفز):

1-1 العبارة الحرفية للقوة F هي: $F = G.\frac{m.M_T}{(R_T + h)^2}$.

1-2-قيمة الجاذبية عند الإرتفاع h: $P = m.g$

باعتبار أن P=F أذن: $g = G\frac{M_T}{(R_T + h)^2}$.

1-3-قيمة الجاذبية عند الإرتفاع h=40km:

$$g = 6.67 \times 10^{-11} \times \frac{5.97 \times 10^{24}}{(6.37 \times 10^3 + 40 \times 10^3)^2}$$

$$g = 9.7 m.s^{-2}$$

2- السقوط الحر(بداية القفز):

2-1-نقول عن الجملة إنها تسقط سقوط ا حرا إذا كانت خاضعة لثقلها فقط أثناء السقوط.

2-2- الجملة المدروسة هي المظلي و تجهيزاته. في المعلم السطحي الأرضي نطبق القانون الثاني لنيوتن على الجملة الخاضعة لثقلها فقط نجد $\vec{P} = m.\vec{a}$ إذن $\vec{a} = \vec{g}$.

ليكن المعلم $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ مبدأه O المنطبق على مركز عطالة الجملة في اللحظة الإبتدائية t=0s والشعاع $\vec{k}$ شاقولي واتجاهه نحو الأسفل. بإسقاط القانون الثاني لنيوتن على المحور $O, \vec{K}$ نجد a=g .

2-3- العلاقة التي تربط السرعة بالمدة الزمنية t:

$a=g=\dfrac{dv}{dt}$ إذن: $v=g.t+v_0$ السرعة الإبتدائية معدومة $v_0=0m.s^{-1}$.

وعليه $v=g\times t$.

من أجل t=30s السرعة $v_1=9.7\times30=2.91m.s^{-1}$ أي : $v_1=1.05km.s^{-1}$.

أو: $t_1=\dfrac{v_1}{g}=\dfrac{\frac{1067}{3600}}{9.7}=30.56s$ إذن: $t_1=31s$.هذه النتيجة تتوافق مع معطيات التمرين.

2-4- العلاقة بين المسافة المقطوعة و المدة الزمنية للسقوط :

$v=\dfrac{dx}{dt}=g.t$ إذن: $x=\dfrac{1}{2}.g.t^2+x_0$ حيث $x_0=0m$ وعليه: $x=\dfrac{1}{2}.g.t^2$

$$t_1=\frac{v_1}{g}\Rightarrow x_1=\frac{1}{2}.g.\frac{v_1^2}{g^2}$$

$$x_1=\frac{1}{2}.\frac{v_1^2}{g}=\frac{1}{2}.\frac{\frac{1067}{3600}}{9.7}=4528m=4.5\times10^3m$$

في اللحظة t=0s كان المظلي عند العلو h=40 km وبعد مدة زمنية t_1 قطع مسافة 4.5 km. إذن أصبح على علو $h_1=h_0-x_1=35km$.

3- شروط درجة الحرارة:

3-1-الصوت عبارة عن أمواج ينتشر بدون إنتقال للمادة.نستعمل مصطلح السرعة للحركات التي تسطحب إنتقال للمادة.

3-2- تحديد القيمة θ_1 لدرجة حرارة الجو الموافق لسرعة إنتشار $v_1=1067km.s^{-1}$:

$v=k.T^{\frac{1}{2}}$ إذن: $v_0=k.T_0^{\frac{1}{2}}$ و $v_1=k.T_1^{\frac{1}{2}}$

إذن:

$$\frac{v_1}{v_0}=\frac{T_1^{\frac{1}{2}}}{T_0^{\frac{1}{2}}}\Rightarrow T_1^{\frac{1}{2}}=\frac{v_1}{v_0}T_0^{\frac{1}{2}}\Rightarrow T_1=\frac{v_1^2}{v_0^2}T_0$$

$$T_1=\frac{1067^2}{1193^2}\times273=218K=-55^0C$$

الجزء ب القفز الكلاسيكي:

1-المرحلة الأولى:

1-**1- تحديد وحدة المعامل k:** $F=k.v^2\Rightarrow k=\dfrac{F}{v^2}$ و $F=m.a$

$[F]=[M]\times[L]\times[T]^{-2}$ و $[v^2]=[L]^2\times[T]^{-2}$

$$[k]=[M]\times[L]^{-1} \Leftarrow \quad [k]=\frac{[M]\times[L]\times[T]^{-2}}{[L]^2\times[T]^{-2}}$$:إذن

إذن وحدة المعامل k هي $kg.m^{-1}$.

1-2- حصيلة القوى المطبقة على الجملة و المعادلة التفاضلية لتغير سرعة مركز عطالة الجملة المدروسة بدلالة الزمن:

الجملة المدروسة هي: المظلي تجهيزه. المظلة غير مفتوحة.

المرجع السطحي الأرضي نعتبره غاليليا.

القوى الخارجية المطبقة على الجملة هي: الثقل $\vec{P}$ وقوة الإحتكاك مع الهواء $\vec{F}$.

المعلم هو: المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره غاليليا.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة المدروس في المعلم العطالي نحصل على العلاقة التالية:

$$\vec{P}+\vec{F}=m.\vec{a}$$

بإسقاط هذه العلاقة الأخيرة على محور أفقي موجه نحو الأسفل نجد: $P-F=m.a$.

$$m.g-k.v^2=m.a=\frac{dv}{dt}$$

و منه:

$$g-\frac{k}{m}.v^2=\frac{dv}{dt}$$

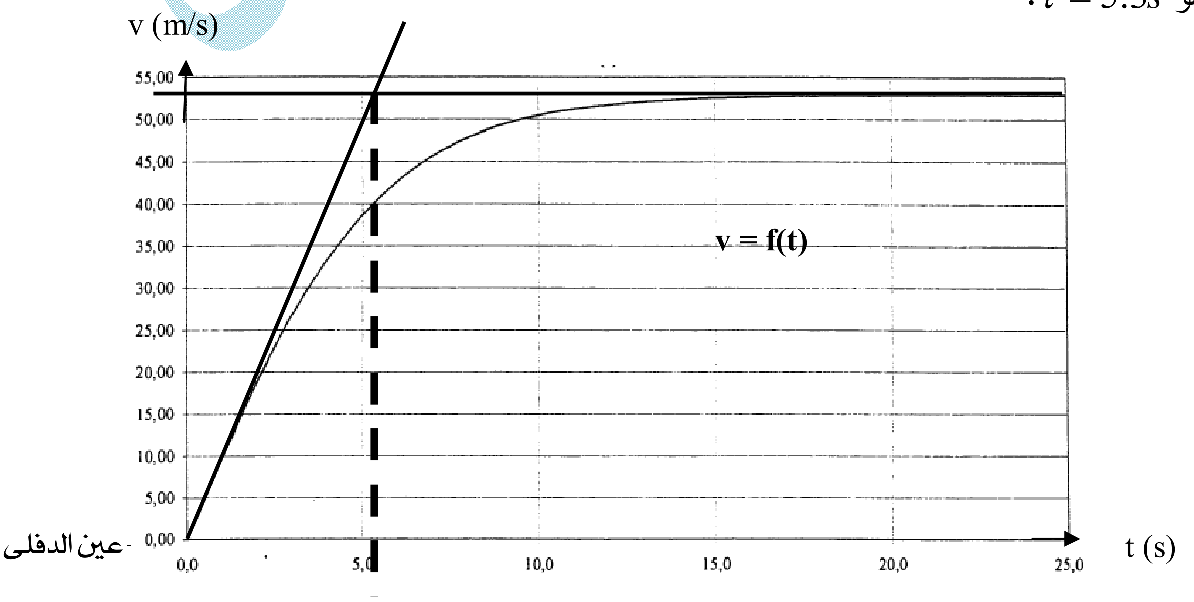
$$9.8-\frac{0.28}{80}.v^2=\frac{dv}{dt}$$

نجد:

$$\frac{dv}{dt}=9.8-0.0035\times v^2$$

1-3- تحديد السرعة الحدية و الزمن المميز للحركة:

من المنحنى السرعة الحدية تقترب من $v=v_{\lim}=53m.s^{-1}$. نرسم المماس عند اللحظة t=0s على المنحنى v=f(t) و الذي يقطع المماس الأفقي $v=v_{\lim}$.من أجل $t=\tau$ الزمن المميز للحركة هو $\tau=5.3s$.



1-3-ب-

المعادلة التفاضلية للحركة هي: $g-\frac{k}{m}v^{2}=\frac{dv}{dt}$

من أجل t كبير جدا $\frac{dv}{dt}=0$ و $v=v_{\lim}$

إذن: $g-\frac{k}{m}v_{\lim}^{2}=0$ و منه $g=\frac{k}{m}v_{\lim}^{2}$

$$g=0.0035\times(53)^{2}=9.8kg.m.s^{-2}$$

1-4- أ-

الخطوة المستعملة هي $\Delta t=0.10s$.

1-4-ب- حساب التسارع عند t=0.40s و السرعة عند t=0.50s :

من المعادلة التفاضلية للحركة $a=9.8-0.0035\times v^{2}$

نجد أن: $a_4=9.8-0.0035\times v_4^{2}$

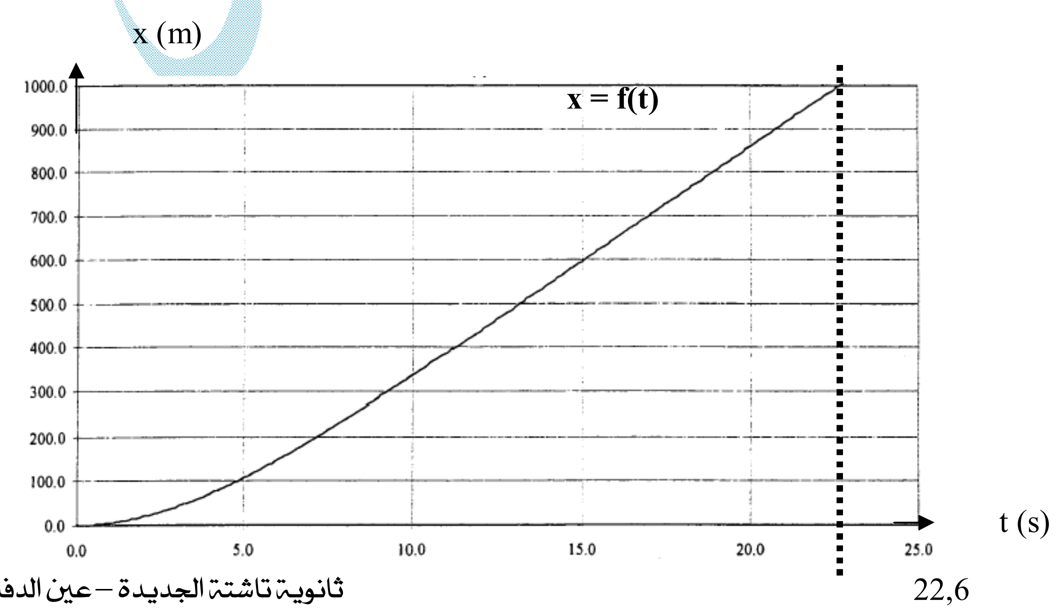
$$a_4=9.8-0.0035\times(3.92)^{2}=9.75m.s^{-2}$$

$$v_5=v_4+a_4\times\Delta t$$

$$v_5=3.92+9.75\times0.10=4.89m.s^{-1}$$

1-4-ج- لحظة بلوغ المظلي إلى الأرض:

يصل المظلي إلى الأرض بعد قطعه مسافة x=1000 m من المنحني نجد الزمن اللازم لوصوله إلى الأرض هو t=22.6s.



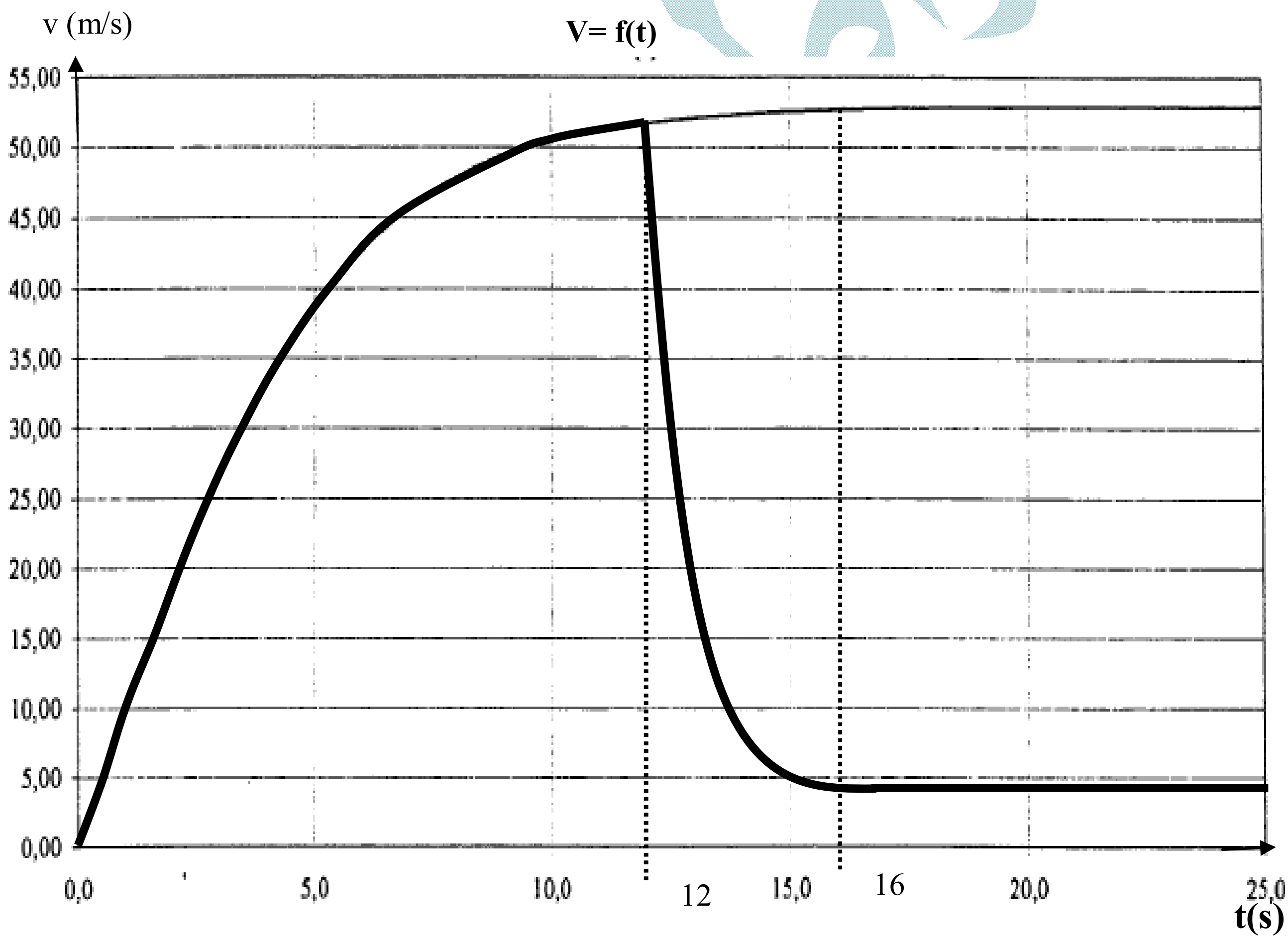
المـــرحلة الثانية:

2-1- تحديد الثابت 'k: كما قلنا سابقا أن من أجل t كبر جدا $v = v_{\lim}$ و $\frac{dv}{dt} = 0$.

$$g - \frac{k'}{m} . v_{\lim ite}^2 = 0 \quad \Leftarrow \quad g = \frac{k'}{m} . v_{\lim}^2 \quad \text{إذن} \quad k' = \frac{g.m}{v_{\lim}^2} = \frac{9.8 \times 80}{(4.5)^2}$$

$$k' = 39 kg.m^{-1}$$

الملحق 2



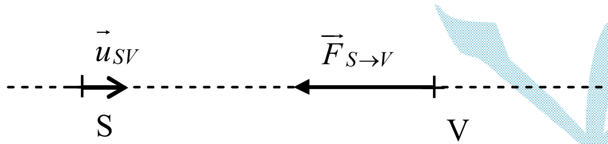
حل الموضوع رقم 5: عبور كوكب الزهرة في 8 جوان 2004 (بكالوريا فرنسا سنة 2005).

1- دراسة مميزات حركة كوكب الزهرة:

1- المرجع المستعمل في الدراسة هو المرجع الهيليومركزي (المركزي الشمسي).

2- نسمي $\overrightarrow{F_{S/V}}$ القوة المطبقة من طرف الشمس على كوكب الزهرة و نعرف شعاع الوحدة $\overrightarrow{u_{sv}}$ كما يلي : $\vec{u}_{sv} = \dfrac{\overrightarrow{SV}}{\left\|\overrightarrow{SV}\right\|}$ حيث S مركز العطالة الشمس و V مركز عطالة كوكب الزهرة .

نستعمل الشكل التالي لإعطاء العبارة الشعاعية للقوة $\overrightarrow{F_{S/V}}$



$$\overrightarrow{F_{S/V}} = -G\frac{M_1 \times M_2}{R_2^2}\vec{u}_{SV}$$

3- العبارة الشعاعية لتسارع كوكب الزهرة:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة كوكب الزهرة في المرجع الهليومركزي الذي نعتبره غاليليا

نجد : $\overrightarrow{F_{S/V}} = M_2\vec{a}$ حيث $\vec{a} = \dfrac{\overrightarrow{F_{S/V}}}{M_2}$ إذا $\vec{a} = -G\dfrac{M_1}{R_2^2}\vec{u}_{sv}$

4-الدراسة النظرية للسرعة المدارية لكوكب الزهرة:

4-1- مميزات شعاع التسارع لكوكب الزهرة علما أن حركته منتظمة.

في قاعدة فريني (Frenet) $\vec{a} = \dfrac{dv_2}{dt}\vec{\tau} + \dfrac{v_2^2}{R_2}\vec{n}$

$\vec{n}$ شعاع وحدة بحيث $\vec{n} = -\overrightarrow{u_{sv}}$ و $\vec{\tau}$ شعاع وحدة متوجه في نفس جهة حركة كوكب الزهرة و متعامد مع $\vec{n}$.

بما أن الحركة دائرية منتظمة $v = cte$ إذن : $\dfrac{dv_2}{dt} = 0$.

أذن عبارة تسارع كوكب الزهرة هي $\vec{a} = \dfrac{v_2^2}{R_2}\vec{n}$

مميزات شعاع التسارع هي: حامله المستقيم (sv) و إتجاهه نحو الشمس (s) و شدته هي $\frac{v_2^2}{R_2}$.

2-4- التأكد من أن عبارة السرعة لكوكب الزهرة هي: $v_2 = \sqrt{\frac{G \times M_1}{R_2}}$

من العلاقة $\frac{v_2^2}{R_2}\vec{n} = -G\frac{M_1}{R_2^2}\vec{u}_{sv}$ أو $\vec{a} = -G\frac{M_1}{R_2^2}\vec{u}_{sv}$ ، $\vec{n} = -\vec{u}_{sv}$

إذن: $G\frac{M_1}{R_2} = v_2^2$ ومنه نجد العلاقة المقترحة: $v_2 = \sqrt{\frac{G \times M_1}{R_2}}$

3-4- حساب قيمة هذه السرعة:

$$v_2 = \sqrt{\frac{6.6\times10^{-11}\times10^{30}}{1.0\times10^{8}\times10^{3}}} = \sqrt{\frac{13.2\times10^{19}}{1.0\times10^{11}}} = \sqrt{13}\times\sqrt{\frac{10^{19}}{10^{11}}}$$

$$v_2 = 3.6\times\sqrt{10^8} = 3.6\times10^4 m.s^{-1}$$

5- دراسة دور كوكب الزهرة:

1-5- تعريف دور كوكب الزهرة T_2:

T_2 هو الزمن اللازم لكوكب الزهرة من أجل القيام بدورة كاملة حول الشمس.

2-5- عبارة الدور T_2 بدلالة السرعة v_2 و المسافة R_2:

الدورة الكاملة التي يقطعها كوكب الزهرة في مدة زمنية T_2 تمثل مسافة $d = 2\pi R_2$.

إذن $v_2 = \frac{2\pi R_2}{T_2}$ و منه $T_2 = \frac{2\pi R_2}{v_2}$

$$T_2 = \frac{2\pi\times1.0\times10^8\times10^3}{3.6\times10^4} = \frac{2\pi}{3.6}\times10^7 = 1.7\times10^7 s$$

$$T_2 = 1.7\times10^7 s$$

6-القانون الثالث لكبلر:

1-6- إيجاد القانون الثالث لكبلر:

من الإجابة على السؤالين (2-4) و (2-5) نجد: $T_2 = \frac{2\pi R_2}{v_2}$ إذن $T_2^2 = \frac{4\pi^2 R_2^2}{v_2^2}$

$v_2 = \sqrt{\frac{GM_1}{R_2}}$ ومنه $v_2^2 = \frac{G.M_1}{R_2}$

نجد $T_2^2 = \dfrac{4\pi^2 R_2^2}{\dfrac{G.M_1}{R_2}}$ إذن $T_2^2 = 4\pi^2 R_2^2 \dfrac{R_2}{G.M_1}$

$T_2^2 = \dfrac{4\pi^2 R_2^3}{G.M_1}$ وفي النهاية نحصل على قانون كبلر الثالث: $\dfrac{T_2^2}{R_2^3} = \dfrac{4\pi^2}{G.M_1}$

2-6-العبارة الحرفية لكتلة الشمس: M_1

$$\frac{T_2^2}{R_2^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_1} \Rightarrow M_1 = \frac{4\pi^2 R_2^3}{T_2^2.G}$$

2- إستغلال ظاهرة عبور كوكب الزهرة:

1- حساب المسافة AB على سطح قرص الشمس:

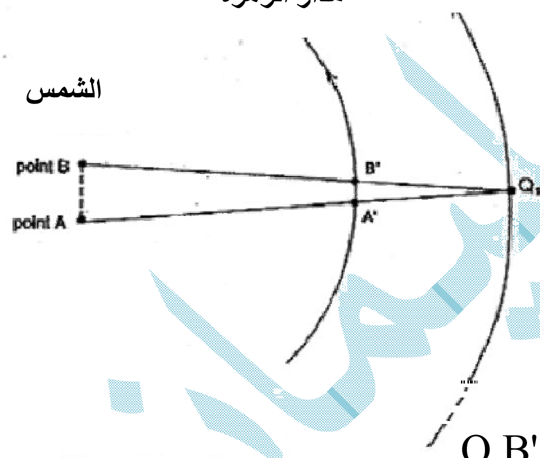
OE يساوي قطر الشمس إذن $OE = D_1 = 1.4 \times 10^6 km$

$$AB = \frac{3}{4} D_1$$

$$AB = \frac{3 \times 1.4}{4} \times 10^6 = \frac{4.2}{4} \times 10^6 = 1.05 \times 10^6 km$$

إذن $AB = 1.05 \times 10^9 m$.

-1-2



$$v_1 = \frac{A'B'}{t_{AB}}$$

إذن يجب أن نستخرج المسافة A'B'

نطبق نظرية طاليس على المثلث Q_1BA فنجد $\dfrac{Q_1B'}{Q_1B} = \dfrac{A'B'}{AB}$

و من جهة أخرى $Q_1B = R_1$ و $Q_1B' = Q_1B - BB' = R_1 - R_2$

إذن $\dfrac{R_1 - R_2}{R_1} = \dfrac{A'B'}{AB}$

$A'B' = AB(\dfrac{R_1 - R_2}{R_1})$ إذن $v_1 = \dfrac{A'B'}{t_{AB}} = \dfrac{AB}{t_{AB}}(\dfrac{R_1 - R_2}{R_1})$

$$v_1 = \frac{1.05 \times 10^2}{2.0 \times 10^4}(\frac{1.5 \times 10^8 - 1.0 \times 10^8}{1.5 \times 10^8}) = \frac{1.05 \times 10^2}{2.0} \times \frac{0.5}{1.5}$$

$$v_1 = 17.5 km.s^{-1}$$

ومنه نجد القيمة المقترحة $v_1 \approx 18 km.s^{-1}$.

2-2- حساب المسافة Q_1Q_2 المقطوعة من طرف الأرض خلال المدة الزمنية t_{AB}:

v_T سرعة الأرض: $v_T = 30 km.s^{-1}$

$v_T = \dfrac{Q_1Q_2}{t_{AB}}$ أي: $Q_1Q_2 = v_T.t_{AB}$

$Q_1Q_2 = 30 \times 2.0 \times 10^4 = 6.0 \times 10^5 km$ هذه المسافة Q_1Q_2 المقطوعة من طرف الأرض غير مهملة أمام المسافة AB $(AB = 1.05 \times 10^6 km)$

إذن لا يمكن إعتبار أن الأرض ساكنة أثناء عبور كوكب الزهرة.

-3-2

نلاحظ جيدا أن : $A'B'' > A'B'$ هذا يبين الخطأ السابق في حساب سرعة كوكب الزهرة.