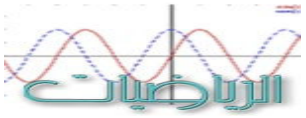


ملخص حول الدرس

2009/2010

1. النقطة المثقلة:

لتكن A نقطة من المستوي و α عدد حقيقي.
الزوج $(A;\alpha)$ يسمى نقطة مثقلة بالعدد α، أو نقول النقطة A مرفقة بالمعامل α، أو العدد α وزن النقطة A

2. مبرهنة وتعريف:

لتكن $(A;\alpha)$ ، $(B;\beta)$ نقطتين مثقلتين من المستوي
حيث: $\alpha+\beta\neq 0$ توجد نقطة وحيدة G حيث:

$$\alpha.\overrightarrow{GA}+\beta.\overrightarrow{GB}=\vec{0}$$

تسمى النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(B;\beta),(A;\alpha)\}$.

ملاحظات:

① إذا كان: $\alpha+\beta=0$ فان الجملة المثقلة $\{(B;\beta),(A;\alpha)\}$ لا تقبل مرجح.

② إذا كان: $\alpha=\beta$ فان G هي منتصف النقطتين A و B.

③ مرجح نقطتين مختلفتين A و B تنتمي إلى المستقيم (AB).

3. خواص و نتائج:

① إذا كانت النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(B;\beta),(A;\alpha)\}$ فان G مرجح الجملة المثقلة $\{(B;k\beta),(A;k\alpha)\}$ حيث k عدد حقيقي غير معدوم.

② إذا كانت النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(B;\beta),(A;\alpha)\}$. فان النقط A، B و G على استقامة واحدة.

③ إذا كانت النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(B;\beta),(A;\alpha)\}$. فان من أجل كل نقطة M :

$$\alpha.\overrightarrow{MA}+\beta.\overrightarrow{MB}=(\alpha+\beta)\overrightarrow{MG}$$

④ تكون النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(B;\beta),(A;\alpha)\}$ إذا $\overrightarrow{AG}=\frac{\beta}{\alpha+\beta}\overrightarrow{AB}$.

⑤ تكون النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(B;\beta),(A;\alpha)\}$ إذا $\overrightarrow{BG}=\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\overrightarrow{BA}$.

4. مرجح ثلاث نقط:

لتكن $(A;\alpha)$، $(B;\beta)$ و $(C;\gamma)$ ثلاث نقط مثقلة حيث: $\alpha+\beta+\gamma\neq 0$. توجد نقطة وحيدة G حيث:

$$\alpha.\overrightarrow{GA}+\beta.\overrightarrow{GB}+\gamma\overrightarrow{GC}=\vec{0}$$

تسمى النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(B;\beta),(A;\alpha),(C;\gamma)\}$

5. مركز ثقل ثلاث نقط:

مركز ثقل ثلاث نقط A ، B و C هو مرجح الجملة المثقلة $\{(B;1),(A;1),(C;1)\}$.

6. خواص و نتائج:

① مرجح ثلاث نقط لا يتغير إذا ضربنا أوزانها في نفس العدد غير المعدوم.

② إذا كانت النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(B;\beta),(A;\alpha),(C;\gamma)\}$. فان من أجل كل نقطة M

$$\alpha.\overrightarrow{MA}+\beta.\overrightarrow{MB}+\gamma\overrightarrow{MC}=(\alpha+\beta+\gamma)\overrightarrow{MG}$$

③ مرجح ثلاث نقط لا يتغير إذا عوضنا نقطتين بمرجحيهما معينا بمجموع معامليهما غير المعدوم.

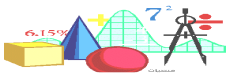
④ متوسطات مثلث ABC تتلاقى في نقطة G وحيدة هي مركز ثقل هذا المثلث.

7. إحداثيات مرجح جملة:

لتكن A، B، C و G ثلاث نقط من مستو مزود بـ م م م
إذا كانت النقطة G مرجح النقط المثقلة $(A;\alpha)$، $(B;\beta)$ و $(C;\gamma)$ فان:

$$x_G=\frac{\alpha x_A+\beta x_B+\gamma x_C}{\alpha+\beta+\gamma}$$

$$y_G=\frac{\alpha y_A+\beta y_B+\gamma y_C}{\alpha+\beta+\gamma}$$



تمارين

1. A ، B ، C ثلاث نقط من المستقيم (d) بحيث:
$2.\overrightarrow{AB}+5\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$.
① جد علاقة بين الشعاعين $\overrightarrow{CB}$ و $\overrightarrow{CA}$. ثم استنتج أن C هي مرجح النقطتين B و A مرفقتين بمعاملين يطلب تعيينهما.
② بين أن النقطة A هي مرجح النقطتين B و C مرفقتين بمعاملين يطلب تعيينهما.
③ بين أن النقطة B هي مرجح النقطتين A و C مرفقتين بمعاملين يطلب تعيينهما.

2. ABC مثلث كيفي. أنشئ G مرجح الجملة:
$\{(A;1);(B;3),(C;2)\}$

3. A ، B ، C ثلاث نقط مختلفة من المستوي ليست على استقامة واحدة. عين مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق المساواة في كل حالة:
① $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=2AB$
② $\left\|-\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|3\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|$

4. المستوي منسوب إلى م م م. نعتبر النقط $A(2;3)$ ، $B(1;4)$ ، $C(0;5)$.
حدد معادلة مجموعة النقط $M(x;y)$ مع تحديد عناصرها في كل حالة من الحالات التالية:
① $AM=5$.
② $3\overrightarrow{AM}-2\overrightarrow{BM}=\vec{0}$.
③ $\overrightarrow{AM}^2+\overrightarrow{BM}^2=9$.
④ $\left\|\overrightarrow{AM}+3\overrightarrow{BM}-\overrightarrow{CM}\right\|=\left\|\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{BM}\right\|$

5. ABC مثلث كيفي في المستوي.
① عبر عن الشعاع $2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}$ بدلالة $\overrightarrow{AJ}$ حيث J منتصف $[BC]$.
② أوجد ثم أنشئ (F) مجموعة النقط M من المستوي بحيث يكون الشعاعان $2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}$ و $\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}$ مرتبطين خطيا.

6. ABC مثلث كيفي. F نقطة من المستوي بحيث : $\overrightarrow{BF}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ و H نقطة من المستوي بحيث : $\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{AC}+2\overrightarrow{AB}$.
① بين أنه يجد عددان حقيقيان a و b بحيث تكون F مرجح الجملة $\{(A;a);(B;b)\}$ يطلب تعينهما.
② استنتج أن F ، A ، H على استقامة واحدة.

7. المستوي منسوب إلى م م م . نعتبر النقط $A(1;0)$ ، $B(-2;3)$ ، $C(0;-3)$ ، $D(2;3)$ مرفقة بالمعاملات $m-1$ ، -2 ، 3 ، $2m+3$ على الترتيب حيث: $m\in IR$.
① ماهو الشرط على m حتى تقبل الجملة $\{(A;m-1);(B;-2);(C;3);(D;2m+3)\}$ مرجحا G_m.
② أحسب بدلالة m احداثيي النقطة G_m.
③ ماهو المحمل الهندسي لـ G_m عندما تتغير m في $IR-\{-1\}$.
④ استنتج احداثيي G_m من أجل $m=-2$.
⑤ عبر عن $\overrightarrow{AG_m}$ بدلالة m و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AD}$. ثم استنتج أن: $\overrightarrow{AG_{-2}}=-\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{DC}-2\overrightarrow{CB}\right)$

8. نعتبر المستقيم (D) المزود بمعلم خطي. A_0 نقطة من (D) فاصلتها 8 . و من أجل كل عدد طبيعي n نعرف النقطة A_{n+1} هي مرجح الجملة $\{(O;3);(A_n;1)\}$
① أنشئ النقط A_0 ، A_1 ، A_2.
② لتكن a_n فاصلة النقطة A_n.
✓ عبر a_{n+1} عن بدلالة a_n.
✓ ماهي طبيعة المتتالية العددية (a_n) ؟
✓ عين عناصرها المميزة.
✓ عبر عن a_n بدلالة n .
③ أوجد نهاية المتتالية (a_n) . فسر هذه النتيجة .
④ أحسب بدلالة n المجموع :
$S_n=a_0+a_1+...+a_n$

M2R.LOTFI