

## الموضوع الأول

## تمرين 01

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ . لتكن النقط  $A(3; -2; 2)$  ،  $B(6; 1; 5)$  ،  $C(6; -2; -1)$  ،  $D(0; 4; -1)$  وليكن  $(P)$  المستوي ذي المعادلة  $x + y + z - 3 = 0$

(1) بين أن المثلث  $ABC$  قائم

(2) برهن أن المستوي  $(P)$  يشمل النقطة  $A$  و يعامد المستقيم  $(AB)$

(3) عين معادلة ديكارنية للمستوي  $(\pi)$  العمودي على المستقيم  $(AC)$  و المار من النقطة  $A$

(4) أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(\Delta)$  مستقيم تقاطع المستويين  $(P)$  و  $(\pi)$ .

(5) أ) بين أن المستقيم  $(AD)$  عمودي على المستوي  $(ABC)$

ب) أحسب حجم رباعي الوجوه  $ABCD$  ج) بين أن قياس الزاوية  $B\hat{D}C$  هو  $\frac{\pi}{4}$ .

## تمرين 02

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  نعتبر النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  ذات اللواحق

$$z_A = 3 \quad , \quad z_B = 5 - 2i \quad , \quad z_C = 5 + 2i \quad \text{على الترتيب.}$$

$$(1) \text{ أ) عين الطويلة و عمدة للعدد المركب } L \text{ حيث } L = \frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$$

ب) استنتج طبيعة المثلث  $ABC$  . و عين مركز و نصف قطر الدائرة  $(C)$  المحيطة بالمثلث  $ABC$ .

(2) أ) أكتب العبارة المركبة للدوران  $R$  الذي مركزه النقطة  $\Omega$  ذات اللاحقة  $2 - i$  و زاويته  $\frac{\pi}{2}$ .

ب) ما هي صورة الدائرة  $(C)$  بالتحويل  $R$  ؟ أكتب معادلة لـ  $(C')$  صورة  $(C)$  بالتحويل  $R$

(3)  $M$  نقطة من المستوي لاحتتها  $z$  تختلف عن  $A$  و  $B$  .

لتكن  $(E)$  مجموعة النقط  $M$  بحيث يكون العدد المركب  $\frac{3-z}{5-2i-z}$  حقيقيا سالبا

$$\text{❀ أعط تفسيرا هندسيا لـ } \arg\left(\frac{3-z}{5-2i-z}\right)$$

❀ تحقق أن النقطة  $D(4, -1)$  تنتمي إلى  $(E)$  ثم عين المجموعة  $(E)$ .

### تمرين 03

لتكن المتتالية  $(u_n)$  المعرفة بـ  $u_0 = \frac{11}{4}$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  .  $u_{n+1} = 3u_n - 4$  .

(1) برهن بالتراجع أن المتتالية  $(u_n)$  متزايدة تماما .

(2) نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ :  $v_n = 4u_n + \alpha$  حيث  $\alpha$  عدد حقيقي .

أ - عين قيمة  $\alpha$  بحيث تكون المتتالية  $(v_n)$  هندسية .

ب - نفرض أن :  $\alpha = -8$  ، أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم عبر عن  $u_n$  بدلالة  $n$  .

ج - هل المتتالية  $(u_n)$  محدودة ؟

د - نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  .  $s_n = v_0 + \frac{v_1}{3} + \frac{v_2}{3^2} + \dots + \frac{v_n}{3^n}$  . أحسب  $s_n$  بدلالة  $n$  .

### تمرين 04

(I) نعتبر الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  كما يلي :  $g(x) = 1 - \frac{x^3}{3} - 2\ln x$

(1) ادرس تغيرات الدالة  $g$  .

(2) بين أنه يوجد عدد حقيقي  $\alpha$  محصور بين 1 و  $\sqrt{2}$  حيث :  $g(\alpha) = 0$

(3) استنتج إشارة الدالة  $g$  على  $]0; +\infty[$  .

(II) لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  كما يلي :  $f(x) = \frac{-x^3 + 3\ln x}{3x^2}$

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  .

1) بين أن الدالة  $f$  تقبل الاشتقاق على المجال  $]0; +\infty[$  وأن :  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$

(2) ادرس تغيرات الدالة  $f$  .

(3) ا) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته  $y = -\frac{1}{3}x$  مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C) .

ب) ادرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$  .

(4) ا) بين أن :  $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha^2} - \frac{1}{2}\alpha$  ، ثم أعط حصرا للعدد  $f(\alpha)$  .

(5) أ) عين إحداثيتي النقطة A من المنحنى (C) التي يكون معامل توجيه المماس عندها يساوي  $-\frac{1}{3}$  .

ب) اكتب معادلة المماس (T) عند النقطة A .

(6) أنشئ (T) و (C) .