الجمهورية الجزائرية الديموقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية الـــــوادي — ثانويات: بوشوشة-عبد العزيز الشريف

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبي (دورة: ماي2013) — حساني عبد الكريم-السعيد عبد الحي

الشعبة: علوم تجريبية — ثانوية الأخوين كـيرد

---

اختبار في مادة الرياضيات — المـدة: 03 ساعات ونصف

---

**على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:**

## الموضـــوع الأول

**التمرين الأول:** ( 4.5 نقط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية ذات المجهول $z$: $z^2-2z+2=0$.

2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

لتكن النقط $K$ ، $L$ و $M$ والتي لواحقها على التّرتيب: $z_K=1+i$ ؛ $z_L=1-i$ و $z_M=-i\sqrt{3}$.

أنشئ النقط $K$ ، $L$ و $M$ في المعلم السابق.

3-أ) تحقق أن $z_N$ لاحقة النقطة $N$ نظيرة النقطة $M$ بالنسبة للنقطة $L$ هي $2+i(\sqrt{3}-2)$.

ب)نعتبر الدوران $r$ الذي مركزه $O$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$ حيث : $r(M)=A$ و $r(N)=C$.

عيّن اللاحقتين $z_A$ و $z_C$ للنقطتين $A$ ، $C$ على الترتيب .

جـ)نعتبر الانسحاب $t$ الذي لاحقة شعاعه هي $2i$ حيث: $t(M)=D$ و $t(N)=B$.

عيّن اللاحقتين $z_D$ و $z_B$ للنقطتين $D$ ، $B$ على الترتيب .

4-أ) بيّن أن النقطة $K$ هي منتصف كلا من القطعتين المستقيمتين $[DB]$ و $[AC]$.

ب)بيّن أن : $\frac{z_C-z_K}{z_B-z_K}=i$ ، ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

**التمرين الثاني** ( 4نقط)

I)لتكن المتتالية $(u_n)$ المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=\frac{1}{3}$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$: $u_{n+1}=\frac{3}{2}\left[1-\frac{1}{1+2u_n}\right]$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$: $0 \prec u_n \prec 1$.

2-أ) تحقق أنّ : $u_{n+1}-u_n=\frac{2u_n(1-u_n)}{1+2u_n}$ من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$.

ب) بيّن أن $(u_n)$ متقاربة ، ثم احسب نهايتها.

II) لتكن $(v_n)$ متتالية عددية معرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n=\frac{u_n-1}{2u_n}$

أ) بيّن أن المتتالية $(v_n)$ هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول.

ب) اكتب $v_n$ بدلالة $n$ و استنتج $u_n$ بدلالة $n$ ، ثم احسب من جديد نهاية المتتالية $(u_n)$.

جـ) احسب بدلالة $n$ المجموعين $S_n=v_0+v_1+......+v_n$ و $T_n=v_0+3v_1+9v_2+......+3^n v_n$

---

**التمرين الثالث ( 4,5نقط)**

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ . نعتبر النقطتين $A(12;7;-13)$ ، $B(3;1;2)$ والمستويان $(P)$ و $(P')$ حيث $(P)$ ذو المعادلة الديكارتية $3x+2y-5z-1=0$ و $(P')$ ذو المعادلة الديكارتية $x+y-2z=0$ .

1) بيّن أن $(P)$ و $(P')$ متقاطعان وفق مستقيم يشمل النقطة $B$ و $\vec{u}(1;1;1)$ شعاع توجيه له.

2) أثبت أن النقطة $B$ هي المسقط العمودي للنقطة $A$ على المستوي $(P)$.

3) ليكن $(Q)$ المستوي والمعرف بالتمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x=2t-2\lambda+6 \\ y=2t+3\lambda+5 \quad t;\lambda\in\mathbb{R} \\ z=2t-6 \end{cases}$

أ) بيّن أن المستويان $(P)$ و $(Q)$ متوازيان.

ب) تحقق أن المعادلة : $3x+2y-5z=58$ هي معادلة ديكارتية للمستوي $(Q)$.

جـ) تحقق أنّ النقطة $I$ منتصف القطعة $[BA]$ تنتمي للمستوي $(Q)$ واستنتج أن $(Q)$ هومستوي محوري للقطعة $[BA]$

4) لتكن $(S)$ مجموعة النقط $M$ من الفضاء والتي تحقق : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$ .

أ) بيّن أن $(S)$ هي سطح كرة يطلب تحديد عناصرها المميزة .

ب) استنتج ان المستوي $(Q)$ يقطع سطح الكرة $(S)$ وفق دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

**التمرين الرابع ( 07 نقط)**

I- الجدول التالي هو جدول تغيرات الدالة العددية $g$ والمعرفة على المجال $\mathbb{R}$ كما يلي

$$g(x)=(x-1)e^{-x}+2$$

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $g(x)$ | ... | $\nearrow$ | ... | $\searrow$ | ... |

أ) احسب $g(2)$ ، ثم أتمم النهايات المنقوصة في جدول التغيرات

ب) علل وجودعدد حقيقي وحيد $\alpha$ بحيث: $-0,38\prec\alpha\prec-0,36$ يحقق: $g(\alpha)=0$

جـ) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $\mathbb{R}$ .

II- $f$ الدالة العددية المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2x+1-xe^{-x}$

و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بيّن أن : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ .

2) أ- بيّن أنه من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ : $f'(x)=g(x)$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيراتها.

ب- بيّن أن : $f(\alpha)=2\alpha+3+\dfrac{2}{\alpha-1}$ ، ثم جد حصرا للعدد $f(\alpha)$.

3) بيّن أن المنحنى $(C_f)$ يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثيتّها.

4-أ- بيّن أن $(C_f)$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا $(d)$ معادلته: $y=2x+1$ ،ثم ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة للمستقيم $(d)$

جـ-أنشئ المنحنى $(C_f)$ في المعلم السابق وعلى المجال $[-1,5;+\infty[$ (تعطى $f(-1,5)=4,72$)

5) لتكن الدالة $h$ والمعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $h(x)=f(x^2.e^x)$ .

بالستعمال مشتق دالة مركبة ، استنتج اتجاه تغير الدالة $h$ ثم شكل جدول تغيراتها.

6) لتكن الدالة $k$ والمعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $k(x)=(ax+b)e^{-x}$ .

أ-عيّن العددين الحقيقين $a$ و $b$ بحيث تكون $k$ دالة أصلية للدالة $x\mapsto -xe^{-x}$

ب- استنتج دالة أصلية للدالة $f$ على $\mathbb{R}$.

## الموضــوع الثاني

**التمرين الأول:** (4.5 نقط)

نعتبر المتتالية $(u_n)$ المعرفة بـ : $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $3u_{n+1} = u_n + 4n + 4$.

1) احسب $u_1$ ، $u_2$ ، $u_3$.

2) أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_n > 0$.

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 1$ ، $u_n > \frac{4}{3}n$ و استنتج نهاية المتتالية $(u_n)$.

3) نعرف المتتالية $(v_n)$ بـ: من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $v_n = u_n - 2n + 1$.

أ) برهن أن المتتالية $(v_n)$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_n = 4\left(\frac{1}{3}\right)^n + 2n - 1$.

جـ) احسب بدلالة $n$. المجموع $S_n$ المعرف من أجل كل عدد طبيعي $n$ بـ :

$S_n = v_0 + v_1 + ...... + v_n$ ثم استنتج بدلالة $n$ المجموع $T_n$ حيث : $T_n = u_0 + u_1 + ...... + u_n$

**التمرين الثاني:** (4.5 نقط)

في الفضاء المزود بالمعلم $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ المتعامد والمتجانس نعتبر النقط $A(1;0;-2)$ ، $B(3;1;0)$ ، $C(1;0;1)$

1. أكتب معادلة لسطح الكرة $(S)$ التي مركزها $A$ و تشمل النقطة $B$

2. لتكن $(\Delta)$ مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء بحيث : $\begin{cases} x + 2z - 3 = 0 \\ y + z - 1 = 0 \end{cases}$

- بين أن $(\Delta)$ مستقيم من الفضاء شعاع توجيهه $\vec{u}(-2;-1;1)$ ويشمل النقطة $B$

3. أكتب معادلة ديكارتية للمستوي $(P)$ الذي يشمل النقطة $A$ و يعامد المستقيم $(\Delta)$ .

4. أ- عين احداثيات نقطة تقاطع المستوي $(P)$ و المستقيم $(\Delta)$ .

ب- أحسب بعد النقطة $A$ عن المستقيم $(\Delta)$ ثم استنتج أن $(\Delta)$ يقطع سطح الكرة $(S)$ في نقطتين .

5. $t$ عدد حقيقي و $G$ مرجح الجملة $\{(C;1),(B;e^t)\}$. أ) بين أن : $\overrightarrow{BG} = \frac{1}{1+e^t}\overrightarrow{BC}$ .

ب) شكل جدول تغيرات الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(t) = \frac{1}{1+e^t}$.

جـ) استنتج ان مجموعة النقط $G$ عندما يتغير $t$ في $\mathbb{R}$ هي القطعة $[BC]$ .

**التمرين الثالث:** (4نقط)

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط $A$ ، $B$ ، $C$ صور الأعداد المركبة

$z_A = -2i$ ، $z_B = -\sqrt{3} + i$ ، $z_C = \sqrt{3} + i$

**1.** أ) اكتب $z_A$ ، $z_B$ ، $z_C$ على الشكل الأسي .

ب) استنتج مركز ونصف قطر الدائرة $(C)$ التي تشمل النقط $A$ ، $B$ ، $C$

جـ) علم النقط $A$ ، $B$ ، $C$ ثم أرسم الدائرة $(C)$

**1.**)اكتب العدد $\dfrac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي ،ثم استنتج طبيعة المثلث $ABC$

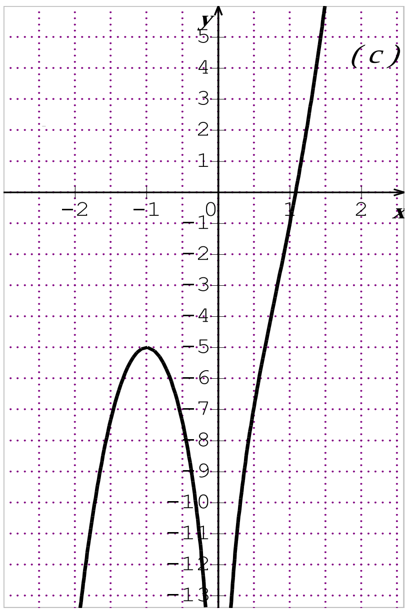
**2.** ليكن $r$ الدوران الذي مركزه $A$ و زاويته $\dfrac{\pi}{3}$

**أ)** بين أن النقطة $O'$ ذات اللاحقة $-\sqrt{3}-i$ صورة النقطة $O$ بالدوران $r$

**ب)** بين أن $[O'C]$ قطرا للدائرة $(C)$ ثم انشئ $(C')$ صورة الدائرة $(C)$ بالدوران $r$.

جـ) تحقق أن الدائرتين $(C)$ و $(C')$ تشتركان في النقطتين $A$ و $B$

**التمرين الرابع**:( **07 نقط**)




*I*-المنحنى المقابل هو التمثيل البياني للدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $g(x)=2x^3-3+6\ln|x|$

بقراءة بيانية : شكل جدول تغيرات $g$ .

1) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ يحقق $1,07 \prec \alpha \prec 1,09$

2) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}^*$ .

*II*- نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x)=2x-3\dfrac{\ln|x|}{x^2}$ و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ المتعامدو $\|\vec{i}\|=2cm$ ، $\|\vec{j}\|=1cm$

1. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة الاخيرة هندسيا

2. أ- بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ غير معدوم : $f'(x)=\dfrac{x.g(x)}{x^4}$

ب- استنتج اشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات $f(x)$

جـ- بين ان $f(\alpha)=3\alpha-\dfrac{3}{2\alpha^2}$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

3. أ-بين ان المستقيم $(D)$ ذا المعادلة $y=2x$ مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$ ثم ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة الى $(D)$

4.أ-بين انه يوجد مماس $(\Delta)$ لـ $(C_f)$ يوازي المستقيم $(D)$ ويمس $(C_f)$ في نقطتين يطلب اعطاء معادلة لهذا المماس

ب- انشئ $(\Delta)$ و $(D)$ و $(C_f)$ . ( تعطى $f(-0,75)=0$ )

5. أ- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد و اشارة حلول المعادلة : $mx^2+3\ln x=0$

ب- لتكن الدالة $h$ المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $h(x)=\dfrac{a+b\ln|x|}{x}$

*عين العددين الحقيقيين $a$ و $b$ بحيث تكون $h$ دالة اصلية للدالة $x \to \dfrac{\ln x}{x}$ على $\mathbb{R}^*$

*استنتج دالة اصلية للدالة $f$ على $\mathbb{R}^*$ .