الجمهورية الجزائرية الديموقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية الـــوادي — ثانويات: بوشوشة-عبد العزيز الشريف
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبي (دورة: ماي2013) — حساني عبد الكريم-السعيد عبد الحي
الشعبة: علوم تجريبية — ثانوية الأخوين كـيرد

اختبار في مادة الرياضيات — المـدة: 03 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضــوع الأول

التمرين الأول: (4.5 نقط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية ذات المجهول z : $z^2-2z+2=0$.

2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

لتكن النقط K ، L و M والتي لواحقها على التّرتيب: $z_K=1+i$ ؛ $z_L=1-i$ و $z_M=-i\sqrt{3}$.

أنشئ النقط K ، L و M في المعلم السابق.

3-أ) تحقق أن z_N لاحقة النقطة N نظيرة النقطة M بالنسبة للنقطة L هي $2+i(\sqrt{3}-2)$.

ب)نعتبر الدوران r الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$ حيث : $r(M)=A$ و $r(N)=C$.

عيّن اللاحقتين z_A و z_C للنقطتين A ، C على الترتيب .

جـ)نعتبر الانسحاب t الذي لاحقة شعاعه هي $2i$ حيث: $t(M)=D$ و $t(N)=B$.

عيّن اللاحقتين z_D و z_B للنقطتين D ، B على الترتيب .

4-أ) بيّن أن النقطة K هي منتصف كلا من القطعتين المستقيمتين $[DB]$ و $[AC]$.

ب)بيّن أن : $\frac{z_C-z_K}{z_B-z_K}=i$ ، ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

التمرين الثاني (4نقط)

I)لتكن المتتالية(u_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=\frac{1}{3}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\frac{3}{2}\left[1-\frac{1}{1+2u_n}\right]$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0\prec u_n\prec 1$.

2-أ) تحقق أنّ : $u_{n+1}-u_n=\frac{2u_n(1-u_n)}{1+2u_n}$ من أجل كل عدد طبيعي n ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية(u_n).

ب) بيّن أن(u_n).متقاربة ، ثم احسب نهايتها.

II) لتكن (v_n) متتالية عددية معرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n=\frac{u_n-1}{2u_n}$

أ) بيّن أن المتتالية (v_n)هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول.

ب) اكتب v_n بدلالة n و استنتج u_n بدلالة n ، ثم احسب من جديد نهاية المتتالية (u_n).

جـ) احسب بدلالة n المجموعين $S_n=v_0+v_1+......+v_n$ و $T_n=v_0+3v_1+9v_2+......+3^n v_n$

التمرين الثالث (4,5نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر النقطتين $A(12;7;-13)$ ، $B(3;1;2)$ والمستويان (P) و (P') حيث (P) ذو المعادلة الديكارتية $3x+2y-5z-1=0$ و (P') ذو المعادلة الديكارتية $x+y-2z=0$.

1) بيّن أن (P) و (P') متقاطعان وفق مستقيم يشمل النقطة B و $\vec{u}(1;1;1)$ شعاع توجيه له.

2) أثبت أن النقطة B هي المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (P) .

3) ليكن (Q) المستوي والمعرف بالتمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x=2t-2\lambda+6 \\ y=2t+3\lambda+5 \quad t;\lambda\in\mathbb{R} \\ z=2t-6 \end{cases}$

أ) بيّن أن المستويان (P) و (Q) متوازيان.

ب) تحقق أن المعادلة : $3x+2y-5z=58$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (Q) .

جـ) تحقق أنّ النقطة I منتصف القطعة $[BA]$ تنتمي للمستوي (Q) واستنتج أن (Q) هو مستوي محوري للقطعة $[BA]$

4) لتكن (S) مجموعة النقط M من الفضاء والتي تحقق : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$.

أ) بيّن أن (S) هي سطح كرة يطلب تحديد عناصرها المميزة .

ب) استنتج ان المستوي (Q) يقطع سطح الكرة (S) وفق دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

التمرين الرابع (07 نقط)

I- الجدول التالي هو جدول تغيرات الدالة العددية g والمعرفة على المجال $\mathbb{R}$ كما يلي

$$g(x)=(x-1)e^{-x}+2$$

x	$-\infty$ 2 $+\infty$
$g'(x)$	$+$ 0 $-$
$g(x)$	... ↗ ... ↘ ...

أ) احسب $g(2)$ ، ثم أتمم النهايات المنقوصة في جدول التغيرات

ب) علل وجود عدد حقيقي وحيد α بحيث: $-0,38\prec\alpha\prec-0,36$ يحقق: $g(\alpha)=0$

جـ) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $\mathbb{R}$.

II- f الدالة العددية المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2x+1-xe^{-x}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بيّن أن : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.

2) أ- بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=g(x)$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيراتها.

ب- بيّن أن : $f(\alpha)=2\alpha+3+\dfrac{2}{\alpha-1}$ ، ثم جد حصرا للعدد $f(\alpha)$.

3) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثيتّها.

4-أ- بيّن أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (d) معادلته: $y=2x+1$ ،ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (d)

جـ-أنشئ المنحنى (C_f) في المعلم السابق وعلى المجال $]-1,5;+\infty[$ (تعطى $f(-1,5)=4,72$)

5) لتكن الدالة h والمعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $h(x)=f(x^2.e^x)$.

بالستعمال مشتق دالة مركبة ، استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها.

6) لتكن الدالة k والمعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $k(x)=(ax+b)e^{-x}$.

أ-عيّن العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون k دالة أصلية للدالة $x\mapsto -xe^{-x}$

ب- استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

الموضـــوع الثاني

التمرين الأول: (4.5 نقط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_0=3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $3u_{n+1}=u_n+4n+4$.

1) احسب u_1 ، u_2 ، u_3.

2) أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n>0$.

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$، $u_n>\frac{4}{3}n$ و استنتج نهاية المتتالية (u_n).

3) نعرف المتتالية (v_n) بـ: من أجل كل عدد طبيعي n، $v_n=u_n-2n+1$.

أ) برهن أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=4\left(\frac{1}{3}\right)^n+2n-1$.

جـ) احسب بدلالة n. المجموع S_n المعرف من أجل كل عدد طبيعي n بـ :

$S_n=v_0+v_1+......+v_n$ ثم استنتج بدلالة n المجموع T_n حيث : $T_n=u_0+u_1+......+u_n$

التمرين الثاني: (4.5 نقط)

في الفضاء المزود بالمعلم $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ المتعامد والمتجانس نعتبر النقط $A(1;0;-2)$ ، $B(3;0;1)$ ، $C(1;0;1)$

1. أكتب معادلة لسطح الكرة (S) التي مركزها A و تشمل النقطة B

2. لتكن (Δ) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء بحيث : $\begin{cases} x+2z-3=0 \\ y+z-1=0 \end{cases}$

- بين أن (Δ) مستقيم من الفضاء شعاع توجيهه $\vec{u}(-2;-1;1)$ ويشمل النقطة B

3. أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يشمل النقطة A و يعامد المستقيم (Δ) .

4. أ- عين احداثيات نقطة تقاطع المستوي (P) و المستقيم (Δ) .

ب- أحسب بعد النقطة A عن المستقيم (Δ) ثم استنتج أن (Δ) يقطع سطح الكرة (S) في نقطتين .

5. t عدد حقيقي و G مرجح الجملة $\{(C;1),(B;e^t)\}$. أ) بين أن : $\overrightarrow{BG}=\frac{1}{1+e^t}\overrightarrow{BC}$.

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(t)=\frac{1}{1+e^t}$.

جـ) استنتج ان مجموعة النقط G عندما يتغير t في $\mathbb{R}$ هي القطعة $[BC]$.

التمرين الثالث: (4نقط)

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B ، C صور الأعداد المركبة

$z_A=-2i$ ، $z_B=-\sqrt{3}+i$ ، $z_C=\sqrt{3}+i$

1. أ) اكتب z_A ، z_B ، z_C على الشكل الأسي **.**

ب) استنتج مركز ونصف قطر الدائرة (C) التي تشمل النقط A ، B ، C

جـ) علم النقط A ، B ، C ثم أرسم الدائرة (C)

1.)اكتب العدد $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي ،ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

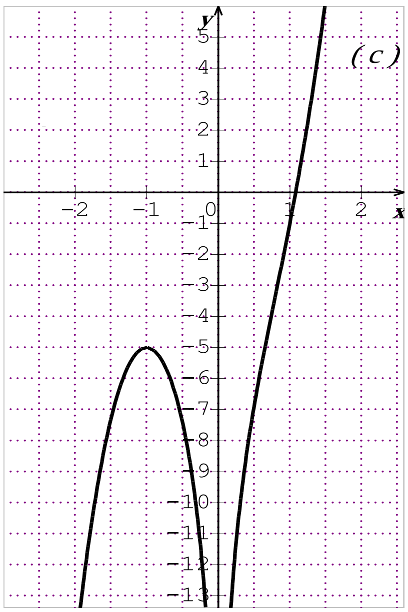
2. ليكن r الدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{3}$

أ) بين أن النقطة O' ذات اللاحقة $-\sqrt{3}-i$ صورة النقطة O بالدوران r

ب) بين أن $[O'C]$ قطرا للدائرة (C) ثم انشئ (C') صورة الدائرة (C) بالدوران r.

جـ) تحقق أن الدائرتين (C) و (C') تشتركان في النقطتين A و B

التمرين الرابع: (07 نقط)



I-المنحنى المقابل هو التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $g(x) = 2x^3 - 3 + 6\ln|x|$

بقراءة بيانية : شكل جدول تغيرات g .

1) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق $1,07 \prec \alpha \prec 1,09$

2) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}^*$.

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x) = 2x - 3\frac{\ln|x|}{x^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ المتعامد و $\|\vec{i}\| = 2cm$ ، $\|\vec{j}\| = 1cm$

1. احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة الاخيرة هندسيا

2. أ- بين انه من اجل كل عدد حقيقي x غير معدوم : $f'(x) = \frac{x.g(x)}{x^4}$

ب- استنتج اشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات $f(x)$

جـ- بين ان $f(\alpha) = 3\alpha - \frac{3}{2\alpha^2}$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

3. أ-بين ان المستقيم (D) ذا المعادلة $y = 2x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (D)

4.أ-بين انه يوجد مماس (Δ) لــ (C_f) يوازي المستقيم (D) ويمس (C_f) في نقطتين يطلب اعطاء معادلة لهذا المماس

ب- انشئ (Δ) و (D) و (C_f) . (تعطى $f(-0,75) = 0$)

5. أ- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة : $mx^2 + 3\ln x = 0$

ب- لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $h(x) = \frac{a + b\ln|x|}{x}$

*عين العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون h دالة اصلية للدالة $x \to \frac{\ln x}{x}$ على $\mathbb{R}^*$

*استنتج دالة اصلية للدالة f على $\mathbb{R}^*$.