تحضير بكالوريا 2012	اختبار 01 في الرياضيات	الأستاذ: ع . زروقي

تمـــــــــرين01 :

1- حل في C المعادلة $z^3-8=0$

2- A ، B و C نقط لواحقها : $z_A=-1+i\sqrt{3}$ ، $z_B=2$ و $z_C=-1-i\sqrt{3}$

أ- أكتب z_A و z_C على الشكل المثلثي .

ب- مثل النقط A ، B و C

جـــ-ما هي طبيعة المثلث ABC ؟

د- عين طبيعة و عناصر مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي تحقق : $|z-z_A|^2+|z-z_C|^2=2012$

3- ليكن f التحويل النقطي الذي يحول النقطة M ذات اللاحقة z إلى النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث : $z'=e^{2i\frac{\pi}{3}}z$

أ- حدد هندسيا طبيعة و عناصر التحويل f .

ب- عين صور النقط A و C بالتحويل f . استنتج صورة المستقيم (AC)بالتحويل f .

تمـــــــــرين02 :

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بـــ : $u_0=2$ و بالعلاقة : $u_{n+1}-a.u_n=3$ حيث : $a\in R$ و $|a|\prec 1$.

لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على N بـــ : $v_n=u_n+\frac{3}{a-1}$ ، n عدد طبيعي

1- برهن أن المتتالية (v_n) هي متتالية هندسية أساسها a .

2- أكتب u_n بدلالة a و n .

3- عين قيمة a بحيث تكون $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=5$

4- نفرض أن : $a=\frac{2}{5}$. لتكن المتتالية (w_n) المعرفة على N بـــ : $w_n=\ln|u_{n+2}|+\ln|u_{n+1}|$

- برهن أن (w_n) هي متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول w_0
- أحسب بدلالة n المجموع : $S_n=w_4+w_5++w_6+.....w_{n-3}$

تمـــــرين03 :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

لتكن النقطتان $A(1;1;3)$ ، $B(0;1;0)$ و الشعاعان $\vec{u}(1;1;0)$ و $\vec{v}(1;-1;2)$.

1- عين تمثيلا وسيطيا للمستوي (P) الذي يحوي النقطة A و الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$.

- استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (P)

2 - لتكن النقطة H المسقط العمودي للنقطة B على المستوي (P) . احسب المسافة BH

3- عين إحداثيات النقطة H .

4- أ) عين إحداثيات النقطة G حيث : $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}-\overrightarrow{GC}=\vec{0}$. ماذا تمثل النقطة G ؟

ب) لتكن (S) مجموعة النقط من الفضاء بحيث : $\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right).\left(\overrightarrow{MA}\right)=\vec{0}$

أثبت ان (S) هي سطح كرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها . ، وحدد الوضعية النسبية لسطح الكرة (S) و المستوي (P) .

تمـــــرين04 :

<u>الجزء الأول :</u>

لتكن الدالة g المعرفة على $]2;+\infty[$ بـــ : $g(x)=x^2-4x+3+6\ln(x-2)$

1- أدرس تغيرات الدالة g

2- أحسب $g(3)$ و استنتج إشارة g.

<u>الجزء الثاني :</u>

لتكن الدالة f المعرفة على $]2;+\infty[$ بـــ : $f(x)=x+2-\frac{5}{x-2}-\frac{6\ln(x-2)}{x-2}$

1- أثبت أنه من أجل $x\in]2;+\infty[$ فإن : $f'(x)=\frac{g(x)}{(x-2)^2}$. استنتج إتجاه تغير f .

2- أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{n\xrightarrow{>}-2} f(x)$. ثم شكل جدول تغيرات f .

3- اثبت أن المنحنى C_f يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل نرمز له Δ يطلب تعيين معادلتيهما .

4- ادرس وضعية المنحنى C_f بالنسبة للمستقيم Δ . و حدد نقطة تقاطع C_f مع المستقيم Δ .

5- عين إحداثيات النقطة A من المنحنى C_f و التي يكون عندها المماس موازيا لـــ Δ

6- أنشئ Δ ، C_f .

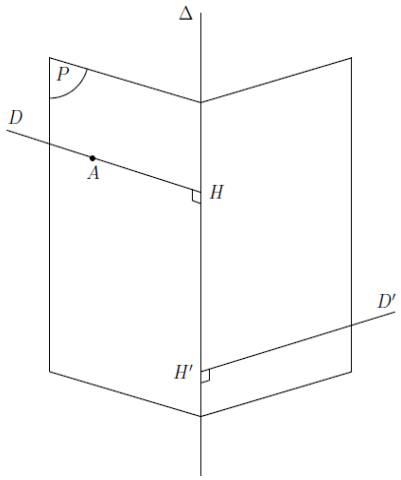
7- ناقش بيانيا إشارة و عدد حلول المعادلة : $2-m=\frac{5+6\ln(x-2)}{x-2}$

Zerrouki school

الصعوبة مدرس صارم

تمرين01: (05 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$،



ليكن المستقيم D الذي يشمل النقطة $A(3;-4;1)$ و الذي شعاع توجيهه $\vec{u}(1;-3,1)$

و المستقيم D' المعرف بالتمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x=-1-t \\ y=2+t \\ z=1-t \end{cases} (t\in R)$

و ليكن المستقيم Δ العمودي على المستقيمين D و D'.

و H و H' نقطتي تقاطع Δ مع كل من D و D' على الترتيب .

و ليكن P المستوي الذي يشمل المستقيمين D و Δ .

نقبل أن المستوي P يقطع المستقيم D' في النقطة H'. (كما هو مبين في الشكل التوضيحي)

1- برهن أن الشعاع $\vec{w}(1;0,-1)$ هو شعاع توجيه للمستقيم Δ .

2- برهن أن الشعاع $\vec{n}(3;2,3)$ يعامد المستوي P ، ثم برهن أن : $3x+2y+3z-4=0$ هي معادلة ديكارتية لـ P .

3- أ) برهن أن إحداثيات H' هي $(-1;2;1)$ ، ثم عين تمثيلا وسيطيا لـ Δ.

ب) عين إحداثيات H و أحسب الطول HH' .

4- الهدف من هذا السؤال هو إثبات أنه من أجل كل نقطة $M\in D$ ،و من أجل كل نقطة $M'\in D'$ أن : $MM'\geqslant HH'$

أ) برهن أن $\overrightarrow{HH'}$ يعامد الشعاع $\overrightarrow{MH}+\overrightarrow{HM'}$

ب) تحقق أن : $\overrightarrow{MM'}=\overrightarrow{HH'}+\left(\overrightarrow{MH}+\overrightarrow{HM'}\right)$ و استنتج أن : $\left\|\overrightarrow{MM'}\right\|^2 \geqslant \left\|\overrightarrow{HH'}\right\|^2$

تمرين02: (04 نقط)

1- ليكن العددان المركبان : $z_1=\frac{1}{4}+i\frac{\sqrt{3}}{4}$ و $z_2=\frac{1}{4}-i\frac{\sqrt{3}}{4}$ و ليكن $z_k=z_1^{\,k}-z_2^{\,k}$ حيث : k عدد صحيح .

أ- برر دون حساب z_k تخيلي صرف .

ب- أكتب كلا من z_1 و z_2 على الشكل الأسي .ثم بين أن : $z_k=\frac{i}{2^{k-1}}\sin\frac{k\pi}{3}$. أحسب z_{2013}

2- المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$، A و B نقطتان لاحقتاهما على الترتيب : $8z_1$ و $8z_2$

ليكن h هو التحويل النقطي الذي يحول النقطة M ذات اللاحقة z إلى النقطة M' ذات اللاحقة z'. بحيث : $z'=\frac{3}{2}z+z_B$

أ- لتكن النقطة C صورة النقطة A بالتحويل h . عين لاحقة C.

ب- عين طبيعة و عناصر التحويل h

ج- عين طويلة و عمدة $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}$ ، و ايتنتج طبيعة التحويل T الذي مركزه C و يحول A إلى B .

تمرين03:

1) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_1 = 1$ و من أجل كل $n \in N^*$: $u_{n+1} = 2u_n + \frac{n+2}{n(n+1)}$

أ) برهن بالتراجع أنه من أجل $n \in N^*$ فإن : (u_n) محدودة من الأسفل بـ 0 .

ب) استنتج أن (u_n) متزايدة تماما.

2) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل $n \in N^*$: $v_n = u_n + \frac{1}{n}$

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_1 .

ب) عبر عن v_n ثم u_n بدلالة n .و احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$ و $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n$

- هل المتتالية (u_n) محدودة ؟

ج) ليكن المجموع : $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + ...u_n$

بين أن : $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + ...\frac{1}{n} = 2^{n+1} - S_n - 2$

تمرين04:

لتكن الدالة f المعرفة على R بـ : $f(x) = 1 - \frac{4e^x}{e^{2x}+1}$

1- بين أن الدالة f زوجية

2- تحقق أن : $f'(x) = \frac{4e^x(e^{2x}-1)}{(e^{2x}+1)^2}$ و استنتج إتجاه تغير f على $[0;+\infty[$.

3- أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ، وشكل جدول تغيرات f على $[0;+\infty[$.

4- لتكن a و b فاصلتي النقطتين A و B نقطتي تقاطع C_f مع محور الفواصل . عين القيم المضبوطة لكل من a و b .

- استنتج إشارة $f(x)$.

5- أنشئ النقطتين A و B و المنحنى C_f على R.

6- أثبت أن الدالة : $F(x) = e^x - 2\ln(e^{2x}+1)$ هي دالة اصلية لـ $e^x.f(x)$ على R .

7. أنشئ في نفس المعلم السابق المنحنى C_g الممثل للدالة : $g(x) = \left|\frac{4e^x}{e^{2x}+1} - 1\right|$. بـرر

إعداد: ع زروقي