علوم تجريبية

رياضيات + تقني

تحضير بكالوريا 2012

إختبار تجريبي في الرياضيات

الأستاذ: ع.زروقي

Zerrouki school

تمرين01:

(u_n) و (v_n) متتاليتان معرفتان على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0 = a$ و من أجل كل n من $\mathbb{N}$. $v_n = \ln(u_n)$

الجزء الأول: نفرض $u_0 = 9$ و من أجل كل n من $\mathbb{N}$، $u_{n+1} = \sqrt{u_n}$

1. عين القيم المضبوطة لـ u_1 ، u_2 و u_3 .
2. عبر بدلالة $\ln 3$ عن كل من v_0 ، v_1 ، v_2 و v_3 .
3. بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تحديد أساسها.
4. عبر عن v_n بدلالة n. ما هي نهاية المتتالية (v_n) ؟

الجزء الثاني: نفرض $u_0 = 1$ و من أجل كل n من $\mathbb{N}$، $\ln(u_{n+1}) = -1 + \ln(u_n)$

1. برهن أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$، $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{1}{e}$ ثم استنتج طبيعة المتتالية (u_n).
2. عبر عن u_n بدلالة n.
3. بين أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تحديد أساسها.
4. عبر بدلالة n عن المجموع S_n علما أن $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$.
5. استنتج بدلالة n عبارة $\ln(u_0 \times u_1 \times \ldots \times u_n)$.

تمرين02:

الفضاء منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. لتكن النقط $A(0;4;0)$، $B(1;-3;1)$ و $C(3;-7;0)$

لتكن S سطح الكرة التي مركزها A و نصف قطرها $\sqrt{5}$ و ليكن المستوي (P) الذي معادلته x + 2 z – 3 = 0

1- بين أن المستوي (P) لا يمس S .

لتكن المستويات (P_a) : $(2+a)x + y + (1+2a) - 3a + 1 = 0$

2- بين أن المستقيم (BC) محتوى في (P_a) من أجل كل قيم a الحقيقية

3 – عرّف مستقيم تقاطع (P_a) مع (XOY)

4- أحسب بعد A عن (P_a) ثم عين قيم a حتى يكون (P_a) مماسا لـ S

تمرين03 :

u و v عددان مركبان غير حقيقيين . نضع : $L=\frac{u-u\bar{v}}{1-v}$

1) برهن أن : " z حقيقي " يكافئ $|v|=1$.

2) نفرض في ما يلي أن : أن : $u=3\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ $v=2+3i$

أحسب z. ثم عين المجموعة (Γ) للنقط M ذات اللاحقة z بحيث : $\left|\frac{z-u}{z-v}\right|=|L|$

3) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

ليكن التحويل النقطي g الذي إلى كل نقطة $M(x,y)$ يرفق النقطة $M'(x',y')$ حيث $\begin{cases} x'=-y \\ y'=x \end{cases}$.

أ. أثبت أن $OM=OM'$. و أن: $\overrightarrow{OM}\perp\overrightarrow{OM'}$. و استنتج طبيعة التحويل g ؟

ب. استنتج طبيعة و عناصر المجموعة (Γ') صورة المجموعة (Γ) بالتحويل g .

تمرين04:

الجزء الأول: نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2-1+2\ln(x)$

1. أحسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها.

2. أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3. أحسب $g(1)$ و استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{(x^2-1)\ln(x)}{x^2}$

1. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.

2. أحسب $f'(x)$ ثم بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، لـ $f'(x)$ و $g(x)$ نفس الإشارة.

3. استنتج اتجاه تغير الدالة f على $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

4. ليكن (C) و (Γ) التمثيلين البيانيين للدالتين f و $\ln$ على الترتيب في معلم متعامد و متجانس $(O;I,J)$ حيث وحدة الأطوال هي $4cm$.

أ) بين أن (Γ) منحنى مقارب لـ (C).

ب) أدرس الأوضاع النسبية للمنحنيين (C) و (Γ)

ج) أكتب معادلتي المماسين لكل من المنحنيين (C) و (Γ) عند النقطة $A(1;0)$

د) أرسم (C) و (Γ).