ثانوية بوشوشة+ثانوية عبد العزيز الشريف –ولايــة الوادي

الامتحان التجريبي لبكالوريا التعليم الثانوي — دورة:ماي 2011

الشعبة: علوم تجريبية

## اختبار في مادة الرياضيات — المدة: 3 ساعات ونصف

**على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:**

# الموضوع الأول

## التمرين الأول :(04 نقط )

1°)لتكن f دالة عددية معرفة على المجال $I=[0;1]$ كما يلي: $f(x)=x-\ln(x^2+1)$

واليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$كما هو مبين في الشكل في الوثيقة المرفقة

أ)بقراءة بيانية شكّل جدول تغيرات الدالة f على المجال I.

ب)بيّن أنه إذا كان : $x\in I$ فإن : $f(x)\in I$

2°) $(U_n)$المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$كما يلي: $U_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $U_{n+1}=f(U_n)$.

أ) مثّل الحدود $U_0$ ، $U_1$ ، $U_2$ دون حسابها على حامل محور الفواصل وذلك بالاستعانة بالمنحنى $(C_f)$ والمستقيم (D) ذو المعادلة $y=x$ (أبرز خطوط الرسم)

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر $(U_n)$ وتقاربها انطلاقا من التمثيل السابق.

جـ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $U_n\in I$

د)ادرس اتجاه تغير المتتالية $(U_n)$ واستنتج أنّ $(U_n)$ متقاربة ، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}(U_n)$

## التمرين الثاني :(04 نقط )

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-2z+5=0$

2) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

النقط I ، B و A ذوات اللاحقات: $z_I=1-2i$ ، $z_B=-3$ و $z_A=2+\overline{z_I}$

أ)اكتب على الشكل الجبري العدد المركب : $Z=\dfrac{z_I-z_A}{z_I-z_B}$

ب)اكتب العدد المركب Z على الشكل الأسي ، ثم استنتج طبيعة المثلث IAB.

جـ) احسب $z_C$ لاحقة النقطة C صورة النقطة I بالتحاكي الذي مركزه A ونسبته 2.

3) لتكن G مرجح الجملة $\{(A;1),(B;-1),(C;1)\}$

أ) احسب $z_G$ لاحقة النقطة G.

ب)عين $(\Gamma_1)$مجموعة النقط M ذات اللاحقة z من المستوي حيث: $2\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right\|$

عين $(\Gamma_2)$مجموعة النقط M ذات اللاحقة z من المستوي حيث: $\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=4\sqrt{5}$

## التمرين الثالث:(04 نقط )

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

1) نعتبر المستوي $(P)$ ذا المعادلة : $x+y-1=0$ والمستوي $(P')$ ذا المعادلة : $y+z-2=0$

أ) تحقق أنّ $(P)$ و $(P')$ متقاطعان.

ب)بيّن أنّ تقاطع $(P)$ و $(P')$ هو المستقيم $(D)$ الذي تمثيله الوسيطي هو: $(t\in\mathbb{R})$ حيث $\begin{cases}x=1-t\\y=t\\z=2-t\end{cases}$

2-أ)اكتب معادلة للمستوي $(R)$ الذي يشمل المبدأ O ويعامد المستقيم $(D)$.

ب)بيّن أنّ إحداثيات I : نقطة تقاطع المستوي $(R)$ والمستقيم $(D)$ هي $(0;1;1)$

3) لتكن النقطتان $A(-\frac{1}{2};0;\frac{1}{2})$ و $B(1;1;0)$.

أ) تحقق أنّ A و B تنتميان إلى المستوي $(R)$.

ب)نسمي A' و B' نظيرتي النقطتين A و B على الترتيب بالنسبة للنقطة I. بيّن أن الرباعي ABA'B' معيّن.

## التمرين الرابع :(08 نقط )

**I-** لتكن الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=x^2+2-2\ln x$

1) ادرس تغيرات الدالة g وسجل جدول تغيراتها.

2) استنتج ، حسب قيم x إشارة $g(x)$.

**II-** نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\frac{2\ln x}{x}+x-1$

نسمي $(C_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm$

1) احسب $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$ ثم فسّر النتيجة الثانية هندسيا.

ادرس وضعية $(C_f)$ مع مستقيمه المقارب المائل $(\Delta)$.

3-ا)بيّن أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ فإنّ: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

4)بيّن أنّ $(C_f)$ يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم $(\Delta)$ عند نقطة يطلب تعيين إحداثيّيْها، ثم اكتب معادلة لـ(T).

5)أنشئ كلا من المستقيمين $(\Delta)$ و (T) ، ثم المنحنى $(C_f)$

6)ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $2\ln x-xm=x$.

7) احسب العدد الحقيقي A حيث: $A=\int_1^e \frac{2\ln x}{x}dx$ ؛ فسّر هندسيا العدد الحقيقي A

# الموضوع الثاني

## التمرين الأول:(04 نقط)

لتكن المتتالية $(u_n)$ المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = -1$ ؛ $u_1 = \frac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$: $u_{n+2} = u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n$

و لتكن المتتالية $(v_n)$ المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n$.

1) ا- احسب $v_0$.

بـ- أثبت أنّ $(v_n)$ متتالية هندسيّة يطلب تعيين أساسها.

جـ- اكتب عبارة الحد العام $v_n$ بدلالة $n$ .

د- احسب ، بدلالة $n$ ، المجموع : $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ ، ثمّ جِدْ $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$.

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $w_n = \frac{u_n}{v_n}$.

ا- احسب $w_0$.

بـ- بيّن أنّ $(w_n)$ متتالية حسابيّة يطلب تعيين أساسها.

جـ- اكتب عبارة الحد العام $w_n$ بدلالة $n$ ، ثم عيّن أصغر عدد طبيعي $n$ الذي يحقق : $e^{w_n} \geq 2011$

## التمرين الثاني:(05 نقط)

1) نعتبر، في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$ ، كثير الحدود $p(z)$ حيث $p(z) = z^3 - 6z^2 + 12z - 16$.

ا- احسب $p(4)$.

بـ- بيّن أنّ $p(z) = (z-4)(z^2 - 2z + 4)$، ثمّ حلّ في $\mathbb{C}$ المعادلة $p(z) = 0$.

2) المستوي المركّب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$ حيث $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\| = 2\,cm$.

تعطى النقط $A$، $B$، $C$ التي لواحقها على التّرتيب: $z_A = 4$ ؛ $z_B = 1 + i\sqrt{3}$ ؛ $z_C = \overline{z}_B$.

ا- أنشئ بعناية النقط $A$، $B$، $C$

بـ- ما طبيعة المثلث $ABC$ ؟ علّل إجابتك.

3) لتكن النّقطة $K$ ذات اللاحقة $z_K = -\sqrt{3} + i$.

ا- عيّن $z_F$ لاحقة النقطة $F$: صورة النّقطة $K$ بالدوران الذي مركزه $O$ وزاويته $\frac{\pi}{3}$.

بـ- عيّن $z_G$ لاحقة النقطة $G$ صورة النّقطة $K$ بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{OB}$.

جـ- أثبت أنّ المستقيمين $(OC)$ و $(OF)$ متعامدان.

د- علّم النّقطتيْن $G$ و $K$ ، ثمّ بيّن أنّ الرّباعي $OBGK$ مربّع.

هـ- عيّن طويلة وعمدة $z_G$.

## التمرين الثالث:(04،5 نقط )

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(6,0,0)$ ، $B(0,6,0)$ ، $C(0,0,6)$ ، $D(-2,-2,-2)$.

1) ا- تحقق أنّ النّقط A،B،C تعيّن مستويا (P).

ب- بيّن أنّ $x+y+z-6=0$ معادلة ديكارتيّة للمستوي (P).

جـ- أثبت أنّ المستقيم (OD) يقطع المستوي (P) في النّقطة $H(2,2,2)$.

د- تحقق أنّ النقطة H متساوية البُعْد عن النقط A،B،C.

2) ليكن (Q) المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[CD]$.

ا- بيّن أنّ $x+y+4z-6=0$ معادلة ديكارتيّة للمستوي (Q).

ب- أثبت أنّ المستقيم (OD) يقطع المستوي (Q) في نقطة $\omega$ يطلب تعيين إحداثيّاتها .

3) ليكن (S) سطح الكرة ذات المركز $\omega$ و نصف القطر $3\sqrt{3}$.

ا- اكتب معادلة ديكارتيّة لسطح الكرة (S).

ب- تحقق أنّ سطح الكرة (S) يشمل النقط A،B،C،D.

جـ- عيّن تقاطع سطح الكرة (S) مع المستوي (P) وأعط عناصره المميّزة.

## التمرين الرابع :( 06،5 نقط )

**I** لتكن الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{(x+1)e^x+x+2}{e^x+1}$.

نسمّي $(C_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$؛ [وحدة الطول: 2cm].

1) بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ و أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.

2) أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{e^{2x}+e^x+1}{(e^x+1)^2}$.

3) ادرس تغيّرات f ، ثم شكّل جدول تغيّراتها .

4) برهن أنّ المنحني $(C_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها $\alpha$ حيث $-2\prec\alpha\prec-1$.

5) ا- أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي $x$ : $f(x)=x+1+\dfrac{1}{e^x+1}$ وأنّ $f(x)=x+2-\dfrac{e^x}{e^x+1}$ .

ب- استنتج أنّ المنحني $(C_f)$ يقبل مستقيميْن مقاربيْن مائليْن (D) و (D′) يطلب إعطاء معادلة لكلّ منهما.

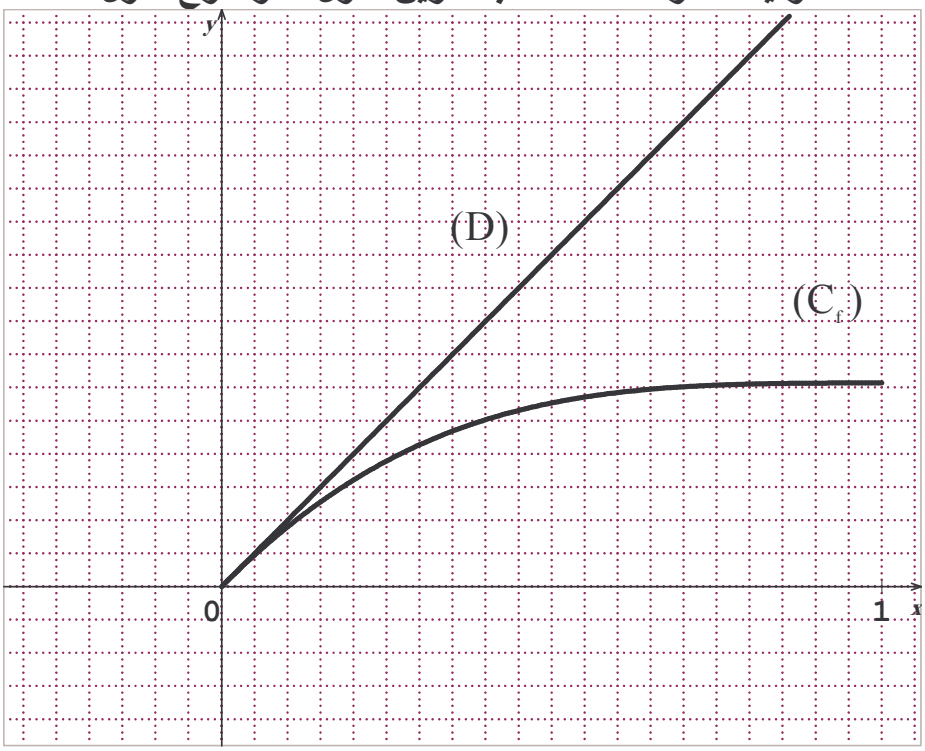
جـ- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x : $f(-x)+f(x)=3$ ، ثمّ فسّر النتيجة هندسيّا.

6) ا- أنشئ المنحني $(C_f)$.

ب- احسب، بـِ $cm^2$ ، مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحني $(C_f)$ و بالمستقيمات التي معادلاتها:

$x=0$ ؛ $x=1$ ؛ $y=x+2$.

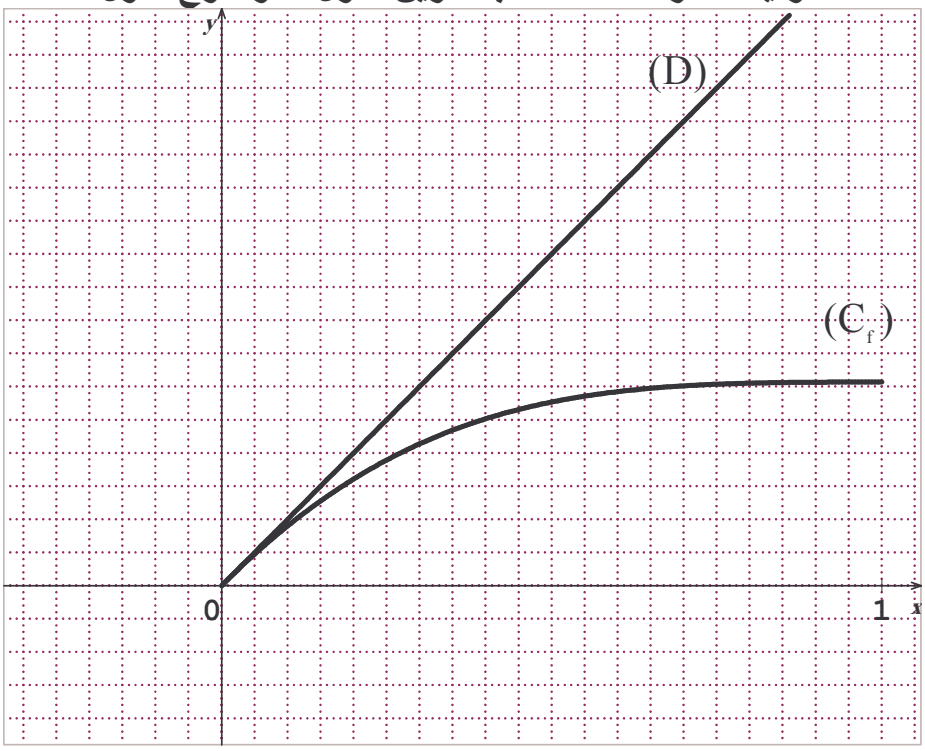
**الوثيقة المرفقة الخاصة بالتمرين الأول للموضوع الأول**




**ملاحظة: مثل الحدود $U_0$ ، $U_1$ ، $U_2$ على حامل محور الفواصل ثم أعد هذه الوثيقة مع ورقة الإجابة**

.....

**الوثيقة المرفقة الخاصة بالتمرين الأول للموضوع الأول**




**ملاحظة: مثل الحدود $U_0$ ، $U_1$ ، $U_2$ على حامل محور الفواصل ثم أعد هذه الوثيقة مع ورقة الإجابة**