



على الطالب أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول (4 نقط)

- الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. نعتبر النقط $C(2,1,1)$ ، $B(1,0,1)$ ، $A(3,0,0)$
- بين أن النقط A ، B ، C ليست في إستقامة .
 - نعتبر المستوي (P) الذي يشمل النقط A ، B ، C .
بين أن المعادلة : $x - y + 2z - 3 = 0$ هي معادلة للمستوي (P)
 - أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A و العمودي على المستوي (P) .
 - (S) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء التي تحقق : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z - 2 = 0$
بين أن (S) هو سطح كرة يطلب تعيين مركزها ω و نصف قطرها r .
 - لتكن (E) الدائرة في المستوي (P) التي مركزها A و تشمل النقطة B .
أ . تحقق أن النقطة ω تنتمي إلى المستقيم (Δ) .
ب . بين أن الدائرة (E) محتواة في سطح الكرة (S) .

التمرين الثاني (5 نقط)

- مستوي مركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \overrightarrow{oi}; \overrightarrow{oj})$. A نقطة لاحقها $z_A = 2 + i$ و دائرة مركزها A و نصف قطرها $\sqrt{2}$.
- حدد لواحق نقط تقاطع الدائرة (Γ) مع حامل محور الفواصل .
 - لتكن النقطان B و C التي لواحقهما على الترتيب $z_B = 1$ و $z_C = 3$ عين لاحقة النقطة D المقابلة قطريا للنقطة B في دائرة (Γ)
 - نعتبر M نقطة لاحقها $\frac{3}{5} + \frac{6}{5}i$.
أ . أحسب العدد المركب $\frac{z_D - z_M}{z_B - z_M}$.
ب . بين أنه يوجد تحويل نقطي يحول B إلى D يطلب تحديد عناصره
ج . إستنتج طبيعة المثلث DMB ثم إستنتج أن النقطة M تنتمي إلى الدائرة (Γ) (دون حساب)
 - لتكن (Γ') الدائرة ذات القطر $[AB]$ المستقيم (BM) يقطع الدائرة (Γ') في النقطة N .
أ . بين أن المستقيمين (DM) و (AN) متوازيان .
ب . حدد لاحقة النقطة N .

التمرين الثالث (7 نقط)

I/ لتكن الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 + 3x - 4 + 4\ln x$.
 (1) احسب نهايتي الدالة g عند 0 وعند $+\infty$.

(2) بيّن أنه ، من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $g'(x) = \frac{2x^2 + 3x + 4}{x}$.

(3) شكل جدول تغيرات الدالة g .

(4) احسب $g(1)$ واستنتج ، حسب قيم x ، إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$.

II/ لتكن الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = x + 3\ln x - \frac{4\ln x}{x}$

نسمي (c) التمثيل البياني الدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول 3 cm) .

(1) احسب نهايتي الدالة f عند 0 وعند $+\infty$.

(2) أ- بيّن أنه ، من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.
 ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f على $]0; +\infty[$ وشكل جدول تغيراتها .

(3) ليكن (D) المستقيم الذي معادلته $y = x$. ادرس الوضعية النسبية للمنحني (c) بالنسبة للمستقيم (D)

(4) ارسم (D) و (c) .

III/ لتكن F الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x(1 - \ln x) - 2(\ln x)^2$

(1) أثبت أن F هي دالة أصلية للدالة f على $]0; +\infty[$.

(2) احسب ، بالسنتيمتر المربع ، مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (c) ، محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتهما $x=1$ و $x=e$.

التمرين الرابع (4 نقط)

صندوق به 8 كرات بيضاء و n كرة سوداء ($n \geq 2$) .

سحب كرة بيضاء يعطي ربح نقطة وسحب كرة سوداء يفقد نقطتين .

X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع النقط المحصل عليها .

I/ نسحب من هذا الكيس كرتين على التوالي مع إعادة الكرة المسحوبة قبل السحب الموالي

(1) عين قيم المتغير العشوائي X .

(2) عين قانون الاحتمال

(3) احسب الأمل الرياضي $E(X)$

II/ نفرض الآن $n = 6$.

نسحب من هذا الكيس 3 كرات في آن واحد

(1) عين قيم المتغير العشوائي X .

(2) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X

(3) احسب أمله الرياضي .

الموضوع الثاني

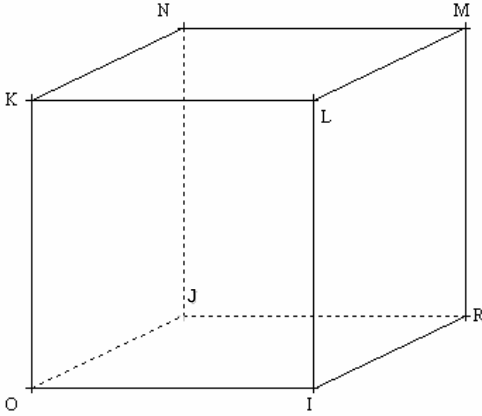


التمرين الأول (5 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ}; \overrightarrow{OK})$

نعتبر المكعب الذي رؤوسه النقط O, I, R, J, N, K, L, M و الممثل في الشكل التالي

لتكن A منتصف الحرف $[IL]$ و B النقطة المعرفة بـ $\overrightarrow{KB} = \frac{2}{3} \overrightarrow{KN}$



1) حدد إحداثي كل من النقطتين A و B

2) أعطي تمثيلا وسيطيا للمستقيم (OA)

3) أعط معادلة للمستوي الذي يشمل B وعمودي على (OA)

4) إستنتج إحداثي النقطة H المسقط العمودي لـ B على (OA)

5 أحسب مساحة المثلث OAB

التمرين الثاني (5 نقط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة : $\overline{z} - 3iz + 2 + 10i = 0$ حيث $\overline{z}$ مرافق العدد المركب z .

2) نعتبر النقطة A ذات اللاحقة $4 - 2i$

أوجد الشكل الجبري للاحقة النقطة B حيث أن OAB مثلث متقايس الأضلاع في إتجاه المباشر.

3) نعتبر النقطة D ذات اللاحقة $2i$. من أجل كل عدد مركب z يختلف عن $2i$.

أ) عين وأنشئ المجموعة (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث أن : $k \in \mathbb{Z}$; $\arg(z - 2i) = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$

ب) عين وأنشئ المجموعة (F) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث أن : $\theta \in \mathbb{R}$; $z = 2i + 2e^{i\theta}$.

4) من أجل كل نقطة M ذات اللاحقة z حيث z يختلف عن -2 . نرفق النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث $z' = \frac{z-1}{z+2}$

عين مجموعة النقط M ذات للاحقة z حيث z يختلف عن -2 . و تحقق : $|z'| = 1$.

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $g(x) = e^{-x} + x - 1$.

(1) أدرس تغيرات الدالة g

(2) استنتج إشارة $g(x)$

II) نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = \frac{x}{x + e^{-x}}$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد والمتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ - بين أن : $f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{xe^x}}$ لكل x من $\mathbb{R}^*$

ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسر هندسيا هاتين النتيجةين .

(2) أ - بين أن : $f'(x) = \frac{(1+x)e^{-x}}{(x + e^{-x})^2}$ لكل x من $\mathbb{R}$.

ب- ادرس إشارة $f'(x)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .

(3) أ- اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C) في النقطة O .

ب- تحقق من أن : $x - f(x) = \frac{xg(x)}{g(x) + 1}$ لكل x من $\mathbb{R}$.

ج- استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) و المماس (Δ) .

(4) أنشئ (Δ) و (C) في المعلم $(o, \vec{i}, \vec{j})$ (نأخذ $\frac{1}{1-e} \approx -0,6$)

(5) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $\frac{xe^x}{xe^x + 1} - 1 = m$

III) نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة بما يلي $U_0 = 1$ و $U_{n+1} = f(U_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$.

(1) بين بالترجع أن $0 \leq U_n \leq 1$ لكل n من $\mathbb{N}$

(2) بين أن المتتالية (U_n) متناقصة

(3) استنتج أن (U_n) متقاربة ثم حدد نهايتها.