

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين
{ الموضوع الأول }

التمرين الأول 4,5 نقاط

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; i; j; k)$ نعتبر النقط

$$C(3,2,4) \text{ و } B(-3,-1,7), A(2,1,3)$$

① بين أن النقط C, B, A ليست على استقامة واحدة

$$\text{② ليكن المستقيم } (\Delta) \text{ ذو التمثيل الوسيطى } \begin{cases} x = -7 + 2t \\ y = -3t \\ z = 4 + t \end{cases} \text{ حيث } t \in \mathbb{R}$$

1) بين أن المستقيم (Δ) عمودي على المستوي (ABC)

2) عين معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

3) أوجد إحداثيات النقطة H المشتركة بين المستقيم (Δ) و المستوي (ABC)

4) بين أن H هي مرجح الجملة $\{(A,-2), (B,-1), (C,2)\}$

5) عين مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من المستوي التي تحقق

$$\left(-2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\right) \left(\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right) = 0$$

التمرين الثاني 4 نقاط

$$\begin{cases} z_1 + 4z_2 = 2 - 2\sqrt{3} \\ z_1 + 4iz_2 = -(2 + 2\sqrt{3})i \end{cases} \text{ 1. أوجد العددين المركبين } z_1 \text{ و } z_2 \text{ الدان يحققان الجملة}$$

2. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; u; v)$. النقط A, B, C التي

$$z_C = 1 - \sqrt{3} + (1 + \sqrt{3})i \text{ و } z_B = \frac{1}{2}(-\sqrt{3} + i) \text{ . } z_A = 2 - 2i \text{ لواحقها على الترتيب}$$

1) أكتب على الشكل المثلثي كلا من z_B و z_A

2) نعتبر الدوران r الذي مركزه O وزاويته $\frac{5\pi}{6}$ الذي يرفق بكل نقطة $M(Z)$ النقطة $M'(Z')$

① بين أن الكتابة المركبة لهذا الدوران هي : $z' = z_B z$

② تحقق من أن النقطة C هي صورة النقطة A بالدوران R

② بين أن $\arg(z_C) = \arg(z_B) + \arg(z_A) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ و استنتج عمدة للعدد z_C

التمرين الثالث 4 نقاط

- ② نعرف من أجل كل المتتالية n عدد طبيعي المتتالية (u_n) بـ : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - \frac{1}{2}$
1. في معلم متعامد متجانس أرسم المنحني (C_f) الممثل للدالة f حيث : $f(x) = \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}$
 2. باستعمال المستقيم $(\Delta): y = x$ مثل على محور الفواصل الحدود u_1, u_2, u_3 و u_4
 3. أعط تخمينك حول اتجاه تغير و تقارب المتتالية (u_n)
- ② نعرف من أجل كل $n \in \mathbf{N}$ المتتالية (v_n) بـ :

$$v_n = \ln(u_n + \frac{3}{2})$$

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل n عدد طبيعي : $u_n + \frac{3}{2} > 0$
 2. أستنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)
 3. بين أن المتتالية (v_n) حسابية محددًا أساسها وحدها الأول
 4. أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n .
- ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n
5. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$ ماذا تستنتج ؟

التمرين الرابع 7.5 نقاط

① لتكن الدالة h المعرفة على R بـ : $h(x) = e^x + 2 - x$

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$
2. أدرس اتجاه تغير الدالة h . ثم شكل جدول تغيراتها
3. استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا $h(x) > 0$

② نعتبر الدالة المعرفة على المجال R بـ $f(x) = x + (x-1)e^{-x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; i; j)$

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
2. أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا $f'(x) = e^{-x}h(x)$
3. أستنتج اتجاه تغير الدالة f . ثم شكل جدول تغيراتها
4. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيدًا α حيث $0 < \alpha < \frac{1}{2}$
5. بين أن المستقيم $(\Delta): y = x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$
6. أدرس الوضعية النسبية للمستقيم (Δ) بالنسبة للمنحني (C_f)
7. أثبت أن المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين إحداثياتها
8. تحقق أن $(e^3 - 1)x - e^3y + 5 = 0$ هي معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ω
9. انشء المنحني (C_f) و المستقيم (Δ) و المماس (T)

krimbench@yahoo.fr