الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية | ثانوية العمري بوعافية

إختبار البكالوريا التجريبي | دورة : ماي 2011

الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات | المدة: 04 ساعات

الـــموضوع الأول

التمرين الأول:(05 نقاط)

بين إن كانت الجمل التالية صحيحة أو خاطئة مع التعليل.

1 . المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ ، نعتبر التحويل للمستوي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاّحقة z النقطة M' ذات اللاّحقة z' حيث $z'=2iz+1$

هذا التحويل هو تشابه مباشر مركزه A ذات اللاّحقة $\frac{1}{5}+\frac{2}{5}i$ ، زاويته $\frac{\pi}{2}$ و نسبته 2 .

2 . في الفضاء المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، S سطح الكرة التي معادلتها $x^2+y^2+z^2-2x+2y-7=0$ و (P) مستو معادلته $x-2y+2z-3=0$

تقاطع S مع (P) هو الدائرة التي مركزها $(1,-1,0)$ و نصف قطرها 3 .

3 . العدد $5^{750}-1$ مضاعف للعدد 7 .

4 . إذا كان n عدد طبيعي يوافق 1 بترديد 7 ، فاءن $PGCD(3n+4,4n+3)=7$

5 . ليكن a و b عددان طبيعيان ، إذا وجد عددان صحيحان u و v حيث $au+bv=2$ فاءن $PGCD(a,b)=2$

التمرين الثاني:(06 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على $]-1,+\infty[$ كما يلي: $f(x)=1+\ln(1+x)$

$(\mathscr{C}_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ ، $(\mathscr{D})$ المستقيم ذو المعادلة $y=x$.

(I) 1 . أ . ادرس تغيرات الدالة f .

ب . عين نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف.

2 . نعتبر الدالة g المعرفة على $]-1,+\infty[$ حيث $g(x)=f(x)-x$.

أ . عين $\lim_{x\to-1} g(x)$.

ب . عين $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(x+1)}{x+1}$ ، استنتج $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

جـ . ادرس اتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها.

د . بين المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين بالضبط α و β على $]-1,+\infty[$ ،حيث α سالب و $\beta\in[2,3]$

هـ . عين إشارة $g(x)$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى $(\mathscr{C}_f)$ و المستقيم $(\mathscr{D})$.

(II) لتكن (u_n) المتتالية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $u_{n+1}=f(u_n)$, $u_0=2$

1 . بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $2\leq u_n\leq \beta$

2 . هل (u_n) متقاربة ؟ علل .

التمرين الثالث:(05 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$

1 . حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة ذات المجهول z : $z^2-2\sqrt{3}z+4=0$.

2 . نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب : $z_A=\sqrt{3}-i$ ، $z_B=\sqrt{3}+i$ و z_C منتصف $[OB]$.

أ ـ عين الشكل الأسي لكل من z_A ، z_B و z_C .

ب ـ علم النقط A ، B و C بدقة في المستوي بأخذ الوحدة $2cm$.

جـ ـ بين أن المثلث OAB متقايس الأضلاع .

3 . لتكن D صورة C بالدوران r الذي مركزه O ، زاويته $-\frac{\pi}{2}$ و E صورة D بالإنسحاب t الذي شعاعه $2\vec{v}$

أ ـ علم النقطين D و E .

ب ـ بين أن z_E لاحقة E تحقق $z_E=\frac{1}{2}\left[1+i(4-\sqrt{3})\right]$

جـ ـ بين أن $OE=BE=\sqrt{5-2\sqrt{3}}$.

4 . بين أن النقط A ، C و E في استقامية.

التمرين الرابع:(04 نقاط)

في الفضاء المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقط $A(1,1,0)$ ، $B(1,2,1)$ و $C(3,-1,2)$

1 ـ أ ـ بين أن النقط A ، B و C ليست في استقامية.

ب ـ بين أن المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي $2x+y-z-3=0$

2 ـ نعتبر المستويين $(\mathscr{P})$ و $(\mathscr{Q})$ معادلتيهما على الترتيب $x+2y-z-4=0$ و $2x+3y-2z-5=0$ بين أن

تقاطع المستويين $(\mathscr{P})$ و $(\mathscr{Q})$ هو مستقيم $(\mathscr{D})$ تمثيل وسيطي له هو $\begin{cases} x=-2+t \\ y=3 \\ z=t \end{cases}$ $,t\in\mathbb{R}$

3 ـ ما هو تقاطع المستويات الثلاث $(\mathscr{P})$ ، $(\mathscr{Q})$ و (ABC) .

4 ـ عين المسافة بين النقطة A و المستقيم $(\mathscr{D})$.

الـــوضوع الثـــاني

التمرين الأول:(04 نقاط)

1 . لتكن في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة (E) : $3x-8y=5$

بين أن حلول المعادلة (E) هي الثنائيات (x,y) حيث $x=8k-1$ و $y=3k-1$ ، $k\in\mathbb{Z}$.

2 . أ ـ لتكن n ، x و y ثلاث أعداد صحيحة حيث $n=3x+2$ و $n=8y+7$ ، بين أن (x,y) حل للمعادلة (E) .

ب ـ نعتبر الجملة $(\mathscr{S})$: $n\in\mathbb{Z}$ $\begin{cases} n\equiv 2[3] \\ n\equiv 7[8] \end{cases}$

بين أن n حل للجملة $(\mathscr{S})$ إذا و فقط إذا كان $n\equiv 23[24]$.

3 . أ ـ ليكن m عدد طبيعي . عين باقي قسمة 2^{2m} على 3 و باقي قسمة 7^{2m} على 8 .

ب ـ تحقق أن 1991 حل للجملة $(\mathscr{S})$ ، و بين أن $1991^{2010}-1$ يقبل القسمة على 24 .

التمرين الثاني:(05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نسمي $(\mathscr{D})$ المستقيم الذي يشمل النقطتين $A(1;-2;-1)$ و $B(3;-5;-2)$.

1) بين أن تمثيل وسيطي للمستقيم $(\mathscr{D})$ هو $t\in\mathbb{R}$, $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-3t \\ z=-1-t \end{cases}$

2) نسمي $(\mathscr{D}')$ مستقيم تمثيل وسيطي له $k\in\mathbb{R}$, $\begin{cases} x=2-k \\ y=1+2k \\ z=k \end{cases}$

بين أن المستقيمين $(\mathscr{D})$ و $(\mathscr{D}')$ ليسا من نفس المستوي.

3) نعتبر المستوي $(\mathscr{P})$ الذي معادلته $4x+y+5z+3=0$.

أ ـ بين أن المستوي $(\mathscr{P})$ يحوي المستقيم $(\mathscr{D})$.

ب ـ بين أن المستوي $(\mathscr{P})$ و المستقيم $(\mathscr{D}')$ يتقاطعان في نقطة C يطلب تعيين إحداثياتها.

4) ليكن المستقيم (Δ) الذي يشمل C و شعاع توجيهه $\vec{w}(1;1;-1)$

أ ـ بين أن المستقيمين $(\mathscr{D}')$ و (Δ) متعامدين.

ب ـ بين أن المستقيم (Δ) يقطع عموديا المستقيم $(\mathscr{D})$ في نقطة E يطلب تعيين إحداثياتها.

التمرين الثالث:(05 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$.

1 . بين أن، مهما كانت النقط A ، B ، C و D من المستوي (مختلفة مثنى مثنى) ، لدينا

$$\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right)=\arg\left(\frac{z_D-z_C}{z_B-z_A}\right)$$

2 . لتكن النقط A ، B و M لواحقها على الترتيب $-2+i$ ، $3i$ و z .

من أجل كل $z\in\mathbb{C}\setminus\{-2+i,3i\}$ ، نضع $z'=\dfrac{z+2-i}{z-3i}$

أ ـ فسر هندسيا طويلة و عمدة z' .

ب ـ عين z_I لاحقة I منتصف $[AB]$ ثم بين أن $(z'=-1)$ تكافيء $(z=z_I)$.

3 . نسمي (E_1) مجموعة النقط M من المستوي حيث $|z'|=1$ و (E_2) مجموعة النقط M من المستوي حيث $\arg(z')=\pi$

أ ـ بين أن النقطة I مشتركة بين (E_1) و (E_2) .

ب ـ عين ثم ارسم (E_1) و (E_2) (الوحدة $2cm$).

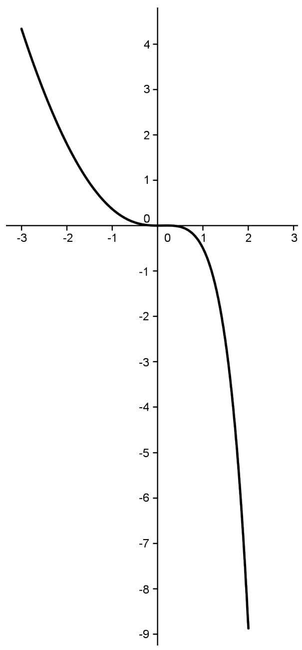
4 . حدد و ارسم المجموعة (F) لنقط المستوي M حتى يكون z' تخيلي صرف.

التمرين الرابع:(06 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة و القابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^2}{2}-x^2e^{x-1}$

$(\mathscr{C}_f)$ المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1 . ما هو التخمين الذي تضعه حول اتجاه تغير f على $[-3;2]$



2 . احسب $f'(x)$ ثم تحقق أن $f'(x)=xg(x)$.

حيث $g(x)=1-(x+2)e^{x-1}$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$.

3 . دراسة اشارة g . نعتبر g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

أ ـ احسب نهايتي g عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

بـ ـ ادرس اتجاه تغير g ثم شكل جدول تغيراتها.

جـ ـ بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$ ، تحقق أن $0,20\le\alpha\le0,21$

د ـ عين اشارة $g(x)$ حسب قيم x .

4 . اتجاه تغير f .

أ ـ أدرس اشارة $f'(x)$ حسب قيم x ، ثم استنتج اتجاه تغير f .

بـ ـ هل النتيجة متلائمة مع تخمين السؤال 1 ؟